

解答

第1問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア, イ, ウ, エ	3,1,2,1	3
オ	3	3
カ, キ, ク	2,0,2	2
ケ, コ	3,2	2
サ, シ	7,9	3
ス, セ, ソ	4,2,9	2
タチ, ツ	10,2	2
テ, ト	1,0	2
ナ	7	2
ニ	6	2
ヌ	4	3
ネ, ノ	4,6	4

第2問 (30)		
解答欄	解答	配点
アイ, ウエオ	-2,360	2
カ	5	2
キク, ケ	90,3	3
コ	6	2
サ, シ	4,4	3
スセ	80	3
ソタ, チ	15,1	3
ツ, テ	4,3	2
ト, ナニ	1,17	2
ヌ	4	2
ネ	5	3
ノ	6	3

第3問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	1,3	3
ウ	7	3o
エオ, カ	90,1	3
キ, ク	2,1	2o
ケ, コ, サ	4,2,3	2
シ	1	3
ス	5	4

第4問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア, イウ	5,18	2
エオ, カ	10,3	2
キ	2	2
ク, ケ	5,9	2
コ, サ, シ, スセ	5,9,7,18	3
ソ, タ, チ	0,0,0	3
ツ, テト	5,18	3
ナ	1	3

注

- 「解答欄」で同じ場所にまとめて入っている解答はすべて正解した場合のみ得点できます。
(上記の場合、第1問はアに3、イに1、ウに2、エに1を入れた場合のみ3点が加わる)

解説

第1問

[1]

(1)

ア～ウ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を利用して根号を消去できます。これを利用すると

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \text{ と変形できます。}$$

エ $2^2 = 4$ なので $1 < \sqrt{3} < 2$ です。したがって $\frac{1+1}{2} < \frac{\sqrt{3}+1}{1} < \frac{2+1}{2}$ より $1 < \frac{1}{\sqrt{3}-1} < \frac{3}{2} < 2$ がわかるので、 $a=1$ が得られます。

(2) オ 同様の変形をすると $\frac{1}{\sqrt{k^2+1}-k} = \frac{\sqrt{k^2+1}+k}{(k^2+1)-k^2} = \sqrt{k^2+1}+k$ となります。

$(k+1)^2 - (k^2+1) = 2k > 0$ より $k^2 < k^2+1 < (k+1)^2$ がわかりますので、すなわち $k < \sqrt{k^2+1} < k+1$ です。

これより $2k < \frac{1}{\sqrt{k^2+1}-k} < 2k+1$ となりますので、 $3a=2k$ がわかります。

(3) カ 整数部分の定義から $a \leq \frac{1}{\sqrt{n}-k}$ です。で、 $\frac{1}{\sqrt{n}-k} \geq k$ が必要とわかります。

また $\frac{1}{\sqrt{n}-k} \geq k$ であるならば k は整数であることから整数部分は k 以上の値をとることがわかります。

よって $2\frac{1}{\sqrt{n}-k} \geq k$ であることが必要十分となります。

キ この両辺はどちらも正、すなわち同符号ですので逆数をとると不等号が反転します。

すなわち $0\sqrt{n}-k \leq \frac{1}{k}$ となります。

ク 両辺に k を加えると $\sqrt{n} \leq k + \frac{1}{k}$ となります。この両辺はどちらも正ですので二乗しても不等号が保持されます。

したがって $n \leq \left(k + \frac{1}{k}\right)^2 = k^2 + 2 + \frac{1}{k^2}$ と変形できますので、 $m=2$ がわかります。

ケ 仮定の $n > k^2$ から $k^2 < n \leq k^2 + \frac{1}{k^2} + 2$ となります。

$k=1$ のときは $1 < n \leq 4$ と変形できますので、 $k=1$ のときは $a \geq k$ となる n は 2, 3, 4 の3個であることがわかります。

コ k が2以上のときは $0 < \frac{1}{k^2} < 1$ です。で $a \geq k$ となる n は k^2+1, k^2+2 の 2個であることがわかります。

[2]

(1)サ, シ 余弦定理 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos B$ より $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot AC}$ となります。代入により $\cos B = \frac{9^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 9 \cdot 5} = \frac{70}{90} = \frac{7}{9}$ がわかります。

ス～ソ $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$ であり、 $0^\circ < B < 180^\circ$ のとき $\sin B > 0$ です、
 $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{9}\right)^2} = \sqrt{\frac{9^2 - 7^2}{9^2}} = \frac{\sqrt{81 - 49}}{9} = \frac{\sqrt{32}}{9} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ となります。

タ～ツ 面積は $\frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin B$ で計算できますので、代入すると $\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 \cdot \frac{4\sqrt{2}}{9} = 10\sqrt{2}$ となります。

テ 三角形 ABC の面積は $\frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{45}{2} \sin B$ です、 $\sin B$ が 1 最大 のときに面積が最大になります。

ト $|\cos B| = \sqrt{1 - \sin^2 B}$ です、 $\sin B$ が最大 のときは $|\cos B|$ が 0 最小 になります。

ナ 余弦定理により $\cos B = \frac{9^2 + 5^2 - n^2}{2 \cdot 9 \cdot 5} = \frac{106 - n^2}{90}$ です、 $\cos B < 0$ となるのは $106 - n^2 < 0$ のとき、すなわち $|n| > \sqrt{106}$ のときです。

$10 < \sqrt{106} < 11$ です、 $5 \leq n \leq 13$ の範囲では $n = 11, 12, 13$ が該当します。

ニ $\cos B < 0$ のときは $|\cos B| = -\cos B$ なので最大になるものを考えます。

いま $\cos B = \frac{106 - n^2}{90}$ です、 $106 - n^2$ の大小だけで考えればよいことがわかります。

したがって最大になるものは $n = 11$ であり、このとき $\cos B = -\frac{15}{90} = -\frac{1}{6}$ より $|\cos B| = \frac{1}{6}$ となります。

$\cos B > 0$ のときは $|\cos B| = \cos B$ です、最小の場合を考えます。このときの値は $n = 10$ のときが最小で、このとき $\cos B = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$ となります。

したがって $\frac{1}{6} > \frac{1}{15}$ です、三角形 ABC の面積が最大となるのは $n = 10$ の場合 とわかります。

ヌ 正弦定理から $\frac{AB}{\sin C} = 2R$ すなわち $R = \frac{9}{2\sin C}$ です、 R が最大となる場合は $\sin C$ が最小となる場合です。

これは $|\cos C|$ が最大となる場合ですので、これを計算しましょう。

$\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC} = \frac{n^2 - 56}{10n} = \frac{n}{10} - \frac{28}{5n}$ であり、 $\frac{n}{10}, -\frac{28}{5n}$ はいずれも n が大きくなると大きくなる値ですので、この値が 0 になる n の値 $\sqrt{56}$ の前後である $n = 7, 8$ の場合を考えればよいことがわかります。

$n = 7$ のとき $\cos C = -\frac{1}{10}$ より $|\cos C| = \frac{1}{10}$ 、 $n = 8$ のとき $\cos C = \frac{1}{10}$ より $|\cos C| = \frac{1}{10}$ です。

双方の値が等しくなりましたので、両方で R が最小値をとることがわかります。なのであてはまるものは $n = 7, 8$ となります。

(2)ネ, ノ 2 つの三角形の外接円の半径が等しいことから正弦定理により $\frac{BC}{\sin \angle BA'C} = \frac{BC}{\sin \angle BAC}$ がわかります。

これを变形すると $\sin \angle BA'C = \sin \angle BAC$ となります。

ここから $|\cos \angle BA'C| = |\cos \angle BAC|$ すなわち $\cos \angle BA'C = \pm \cos \angle BAC$ が得られます。

余弦定理によりそれぞれ a, c で表すと

$\cos \angle BA'C = \frac{c^2 + 5^2 - a^2}{2 \cdot c \cdot 5} = \frac{c^2 - a^2 + 25}{10c}$ 、 $\cos \angle BAC = \frac{c^2 + 4^2 - a^2}{2 \cdot c \cdot 4} = \frac{c^2 - a^2 + 16}{8c}$ となります。

いま $0 < a \leq c$ で考えていますので $c^2 - a^2 > 0$ となり、したがって両方の余弦値が正になることから考えるものは $\cos \angle BA'C = \cos \angle BAC$ の場合だけでよいことがわかります。

代入すると $\frac{c^2 - a^2 + 25}{4(c^2 - a^2 + 25)} = \frac{c^2 - a^2 + 16}{5(c^2 - a^2 + 16)}$ となりますので、分母をはらうと
 $\frac{10c}{8c}$ 、したがって $c^2 - a^2 = 20$ がわかります。
 $c^2 - a^2 = (c + a)(c - a)$ を利用すると $(c + a, c - a) = (20, 1)(10, 2)(5, 4)$ の場合だけ考えればよく、そ
 れぞれ $(c + a) + (c - a), (c + a) - (c - a)$ を考えることで $(2c, 2a) = (21, 19)(12, 8)(9, 1)$ となります。
 このうち a, c がともに整数となるものは $a = 4, c = 6$ のみとなります。

第2問

[1]

(1)

ア～オ 価格を10円上げると売上は20個下がると仮定していますので x の係数は $\frac{-20}{10} = -2$ となります。
関数の y 切片を k とすると $x = 100$ のときの値を考えて $-2 \cdot 100 + k = 160$ となりますので $k = 360$ となります。

したがって売上数は $-2x + 360$ となります。

カ $-2x + 360 \geq 0$ を解くと $360 \geq 2x$ より $5x \leq 180$ となります。

キ～ケ 売上の式は $y = -2x^2 + 360x = -2(x^2 - 180x) = -2(x - 90)^2 + 2 \cdot 90^2 = -2(x - 90)^2 + 16200$ と変形できます。

これより y は $x = 90$ のときに最大値 316200 をとります。

(2) コ 1個あたりの利益は価格から原価を引いた金額ということで、 $z = 6(x - 60)(-2x + 360)$ と表せることがわかります。

サ、シ 計算すると $z = -2x^2 + 480x - 21600 = -2(x^2 - 240x) - 21600 = -2(x - 120)^2 + 2 \cdot 120^2 - 21600$
 $= -2(x - 120)^2 + 7200$ となりますので、

$4x = 120$ のときに z は最大値 47200 をとることがわかります。

(3) スセ クリームパンの原価を t 円とおくと利益 w は x と t を用いて

$w = (x - t)(-2x + 360) = -2x^2 + (360 + 2t)x - 360t$ と表せます。平方完成すると

$w = -2\{x^2 - (180 + t)x\} - 360t = -2\left(x - \frac{180 + t}{2}\right)^2 + 2\left(90 + \frac{t}{2}\right)^2 - 360t$ となります。

したがって価格の範囲を無視して計算すると利益の最大値は $2\left(90 + \frac{t}{2}\right)^2 - 360t = \frac{t^2}{2} - 180t + 16200$ となります。

これが5000以上ならば利益を5000円以上にできますので、 $\frac{1}{2}t^2 - 180t + 16200 \geq 5000$ を考えます。
整理すると $t^2 - 360t + 22400 \geq 0$ であり、 $t^2 - 360t + 22400 = (t - 180)^2 - 10000 = (t - 280)(t - 80)$ とできるので、これより求める範囲は $t \leq 80, 240 \leq t$ です。

(あるいは $t^2 - 9 \cdot 40t + 14 \cdot 40^2 = (t - 2 \cdot 40)(t - 7 \cdot 40)$ と変形する手法もある)

(1) から $x \leq 180$ が必要とわかっていますので $t \geq 240$ だと利益が出ません。また $t = 80$ のときは $x = 130$ と設定することで利益を5000円にできます。

よって求める原価は 80円 となります。

[2]

- (1) ソタ データは全部で 18 個ありますので、中央値は 9 番目と 10 番目の平均です。
 したがって第 1 四分位数は小さい側 9 個の中央値である 5 番目の値 32、第 3 四分位数は大きい側 9 個の中央値である 14 番目の値 47 となります。
 これより四分位範囲は $47 - 32 = 15$ となります。
- チ 外れ値の基準は問題文冒頭にありますのでここで確認しましょう。今回は外れ値にしない範囲は
 下限が $32 - 15 \cdot 1.5 = 9.5$ 、上限が $47 + 15 \cdot 1.5 = 69.5$ となりますので、外れ値になるものは 170 の 1 つ となります。
- (2) ツ データ A の中央値は (1) にあるように 9 番目と 10 番目の平均ですので $m_A = \frac{44 + 45}{2} = 44.5$ となります。
 テ データ B は最大値 70 を外れ値とした 17 個からなりますので中央値は 9 番目の値となります。すなわち ${}_3m_B = 44$ です。
 ト データ A の合計からデータ B の合計を引くとデータ A にあってデータ B にないデータの合計が得られます。
 すなわち外れ値の合計となりますのでその値は 170 となります。
- ナニ 平均は合計をデータの数で割った値ですので、合計は平均にデータ数をかけた値と言い換えられます。
 したがって $18\bar{a} - 17\bar{b} = 70$ ですので $18\bar{a} = 17\bar{b} + 70$ となります。
- ヌ まず $|m_A - m_B| = |44.5 - 44| = 0.5$ です。
 $Q_A = 32$ であり、データ B の第 1 四分位は中央値に使った 9 番目より前である 8 個の中央値ですので、4 番目と 5 番目の平均となります。すなわち $Q_B = \frac{31 + 32}{2} = 31.5$ 、したがって $|Q_A - Q_B| = 0.5$ がわかります。
 したがって $T_2 = T_3$ がわかります。
 また $\bar{a} = \frac{17\bar{b} + 70}{18}$ より $\bar{a} - \bar{b} = \frac{70 - \bar{b}}{18}$ がわかります。
 外れ値以外は 2 番目が 65、それ以外が 62 以下ですので $17\bar{b} \leq 65 + 16 \cdot 62 = 3 + 17 \cdot 62 < 17 \cdot 63$ がわかり、すなわち $\bar{a} - \bar{b} > \frac{70 - 63}{18} = 0.5$ より $T_1 > 0.5$ となります。
 (問題文から $\bar{a} = \frac{771}{18} = 42 + \frac{15}{18}$; $\bar{b} = \frac{701}{17} = 41 + \frac{4}{17}$ と読み取って $\bar{a} - \bar{b} > 1$ を導いてもよい)
 これらより、あてはまるものは ${}_4T_2 = T_3 < T_1$ となります。
- (3) ネ それぞれ検証しましょう。
- (a) 図 1 から、得点総数が最も小さいチーム (散布図で最も左に位置する点のチーム) は勝点が 38 あたりのチームと読み取れます。このチームの失点を図 2 で確認すると 38 程度で、図で最も右にきている (失点総数が最大である) 点ではありません。なのでこれは誤りといえます。
- (b) 得点総数の範囲は最大が 70、最小が 29 程度なので範囲は $70 - 29 = 41$ 、失点総数は最大が 57、最小が 35 なので範囲は $57 - 35 = 22$ と読み取れます。ここまで細かく見なくても得点総数の範囲が失点総数の範囲を含むことが読み取れますので、これは正しいといえます。
- (c) 図 1 からは得点総数が大きくなると勝点が大きくなる傾向から正の相関、失点総数が大きくなると勝点が小さくなる傾向から負の相関があるとみられます。なのでこれは誤りといえます。
- したがって、あてはまるものは ${}_5(a)$ 誤、(b) 正、(c) 誤 となります。
- ノ 相関係数は共分散をそれぞれの標準偏差両方で割ることで得られます。
 すなわちその値は $\frac{125.1}{13.4 \cdot 10.0} = 0.93 + 0.01 \cdot \frac{48}{134} < 0.935$ となりますので、あてはまるものは ${}_60.93$ となります。

第3問

- (1) ア 三角形の重心は頂点とその対辺の中点を結ぶ直線(中線)3本の交点として表されます。ということで、1直線 l_1 上にくることがわかります。
- イ 外心は三角形の外接円の中心ですので、3点 A,B,C から等距離にきます。なので2点 B,C から等距離にある点の集合である線分 BC の垂直二等分線、3直線 l_3 上にくることがわかります。
- ウ l_0 と線分 BC との交点を H とおくと三角形 ABH と ACH は $AB = AC$ と $AM = AM$ と $BM = CM$ が成り立つことから合同になります。
したがってまず $BH = CH$ となりますので l_0 は辺 BC の中点を通り、すなわち l_1 と一致します。
また $\angle AMB = \angle AMC$ となりますので l_0 は $\angle BAC$ を二等分することになり、すなわち l_2 と一致します。
さらに、 l_0 は線分 BC と垂直に交わり線分 BC の中点を通りますので、 l_3 と一致します。
したがって、あてはまるものは $7l_1, l_2, l_3$ すべて l_0 に一致となります。
- (2) エオ M が ST の中点であるとき、直線 OM は三角形 OST において (1) で考えた直線 l_1 に相当します。
いま $OS = OT$ であるので (1) よりこの直線は l_0 に相当するものに一致しますので、すなわち $\angle OMS = 90^\circ$ がわかります。
- カ これにより直線 ST は直線 OM と点 M で垂直に交わる必要がありますので、そのようなものは 1つだけになることがわかります。
- (3) キ, ク 直線 CD は線分 AB の垂直二等分線ですので、線分 AB の中線となります。
重心はそれぞれの中線を頂点側からの距離と中点からの距離との比が $2:1$ となるようなところにきます。すなわち $CG:GD = 2:1$ となります。
- ケ, サ 半径 6 の円 O は三角形 ABC の外接円ですので、 $CO = 6$ です。
また $\angle AOB = 60^\circ$ で $OA = OB$ ですので三角形 OAB は正三角形となり、すなわち $AB = 6$ がわかります。
これより $DB = 3$ となりますので、 $OD = \sqrt{OB^2 - DB^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ がわかります。
これより $CD = CO + OD = 6 + 3\sqrt{3}$ となりますので、 $CG = \frac{2}{2+1} \cdot CD = \frac{4+2\sqrt{3}}{1}$ がわかります。
- シ 条件をみたす三角形の頂点で P 以外のものを Q,R とおくと、M が線分 QR の中点となります。
(2) からそのような線分 QR は 1 つしかないので、条件をみたす三角形は多くて 1 つとなります。
三角形ができる条件は P が直線 QR 上にこないことですので、そうなるかどうか確認します。
3点 P,G,O に着目すると $PG \geq PO - GO$ が成り立ちます。
 $GO = CG - CO = 2\sqrt{3} - 2$ ですので、 $PG \geq 8 - 2\sqrt{3}$ がわかります。
よって $PM = \frac{3}{2}PG > 12 - 3\sqrt{3} > 6$ がわかりますので、3点 P,M,O は三角形をなす場合でも辺 PM が最長となります。
これより $\angle PMO$ は鋭角もしくは 0° となりますので、したがって P の位置によらず直線 QR は P を通らないことがわかります。
よって、条件をみたすものは $1P$ に関係なく 1 つだけとなります。
(ちなみに線分 OG の長さの 3 倍が半径以上ならば個数が 0 になるような P が出てくる)
- (4) ス 三角形 APQ において、線分 PQ の中点を M とおきます。 $AG:GM = 2:1$ で G は線分 AM 上にきますので、M は半直線 AG 上にあって、点 A からの距離が AG の大きさの $\frac{3}{2}$ 倍になっている点、と言い換えられます。
なので G と G' が一致するならば線分 P'Q' の中点も M である必要があります。

ここで線分 PQ の位置を考えると、 $\angle PAQ$ が直角でない場合、円の中心を O とすると $\angle POQ$ が 180° になりませんのですなわち線分 PQ が O を通らないことがわかります。すなわち M も O に一致しませんので、 G' が G に一致するならば (2) により $P'Q'$ は線分 PQ に一致する必要があります。よって共有する頂点が1つだけであるときは G' は G と異なることがわかります。

一方 $\angle PAQ$ が直角ならば $\angle POQ = 180^\circ$ 、すなわち線分 PQ は円の直径になります。このとき M は O に一致しますので、線分 $P'Q'$ を円 O の直径で線分 PQ と異なるようにとれば、 $P'Q'$ の中点は M に一致し、したがって G' が G に一致することになります。

これらより、あてはまるものは ${}_5(a)$ 偽、(b) 真、(c) 偽となります。

第4問

(1)

ア～ウ $X = 3$ となる確率は3が5つの面にあることから $\frac{5}{6}$ 、 $Z = 3$ となる確率は3が2つの面にあることから $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ です。

それ以外の数はどちらかにしかありませんので、 $X = Z$ となる確率はこれらの積、すなわち $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{18}$ となります。

(2)

エ～カ 今回サイコロの各面は確率 $\frac{1}{6}$ で出るとしてしますので、

$$E_x = 3 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot (3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 5) \text{ と変形できます。}$$

続けて計算すると $E_x = \frac{1}{6} \cdot 20 = \frac{10}{3}$ となります。

キ 同様の考えで計算すると $E_y = \frac{1}{6} \cdot (1 \cdot 2 + 4 \cdot 4) = 3$ 、 $E_z = \frac{1}{6} \cdot (2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 6 \cdot 2) = \frac{11}{3}$ となりますので、あてはまるものは $E_y < E_x < E_z$ となります。

(それぞれ6倍すると書かれている数の合計で比較できるので、これでやるとよい)

(3)ク、ケ $X = 5$ または $Y = 1$ のときは $X > Y$ となりますので、 $X < Y$ となる場合は $X = 3$ と $Y = 4$ が成り立つ場合のみです。その確率は $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}$ となります。

コ、サ $Y = 1$ のときは Z によらず $Y < Z$ となり、 $Y = 4$ のときは $Z = 6$ のときにのみ $Y < Z$ となります。これより、 $P(Y < Z) = \frac{2}{6} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5}{9}$ となります。

シ～セ $Z < X$ となる場合は $Z = 2$ となるか、 $Z = 3$ かつ $X = 5$ となる場合です。

これより $P(Z < X) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{18}$ となります。

ソ 事象「 $X = Y$ 」「 $X < Y$ 」「 $X > Y$ 」は互いに排反で起こる事象はこれらのいずれかになりますので、 $P(X > Y) = 1 - P(X = Y) - P(X < Y) = 1 - 0 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ です。したがって $P(X > Y) < P(X < Y)$ です。 $0x \ll y$ がわかります。

タ 同様に考えると $P(Y > Z) = 1 - P(Y = Z) - P(Y < Z) = 1 - 0 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ です。 $P(Y > Z) < P(Y < Z)$ より $0y \ll z$ がわかります。

チ $P(Z = X) = \frac{5}{18}$ に注意すると $P(Z > X) = 1 - P(Z = X) - P(Z < X) = 1 - \frac{5}{18} - \frac{7}{18} = \frac{1}{3}$ です。これより $P(Z > X) < P(Z < X)$ となりますので $0z \ll x$ がわかります。

(4)

ツ～ト 2つのサイコロを取り出したときに起こる事象はサイコロが「 x と y 」「 y と z 」「 z と x 」である場合の3通りです。したがってそれぞれが起こる確率は $\frac{1}{3}$ ずつとなります。

p_x の対象となる事象は「 x と y が取り出されて $X > Y$ 」「 z と x が取り出されて $Z < X$ 」の2つに分けられます。

すなわち $p_x = \frac{1}{3} \cdot P(X > Y) + \frac{1}{3} \cdot P(Z < X) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{18} = \frac{5}{18}$ となります。

ナ 同様に計算すると $p_y = \frac{1}{3} \cdot \{P(X < Y) + P(Y > Z)\} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{9} + \frac{4}{9}\right) = \frac{1}{3}$ 、
 $p_z = \frac{1}{3} \cdot \{P(Y < Z) + P(Z > X)\} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{9} + \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{27}$ となります。
 これよりあてはまるものは ${}_1p_x < p_z < p_y$ となります。

所感

時間を食う問題が各所に用意されています。時間配分の意識が重要になってくるでしょう。

第 1 問

[1]

式変形に関する問題です。全体的に見て解きやすいのはここだと思います。

[2]

三角形と正弦余弦を利用した問題です。下手すると検証に時間がかかるので、速度が求められます。

第 2 問

[1]

二次関数へのモデル化を利用した問題です。面倒な計算が連続するので難しいといえます。

[2]

データの分析の問題です。箱ひげ図で使う値の意味を理解していると得点しやすいです。

第 3 問

平面幾何に関する問題です。一筋縄ではいかない問題が連続して手強い構成になっています。

第 4 問

確率に関する問題です。計算が多くなりがちなのでうまく工夫していきましょう。