

解答

第1問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	1,0	2
ウ, エ	2,1	3
オ	4	2
カ, キ, ク, ケ	3,1,0,1	3
コ, サ	1,6 (順序不問)	2
シ	1	2
ス	2	2
セ	4	2
ソ	8	2

第2問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	2,1	3
ウ, エ	1,0	2
オカ, キ	18,5	2
ク, ケ	0,1	3
コ	7	2
サ, シ	3,7	3
ス, セ, ソタ	5,7,14	3
チ	2	3
ツ	4	3
テ, トナ	2,50	3
ニ	6	3

第3問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	2,3	2
ウ, エオ	2, -4	2
カ	0	2
キ	2	2
ク	6	2
ケ	3	3
コ	2	2
サ, シ, ス, セ	7,4,7,8	3
ソ, タ, チ, ツ	1,4,1,3	3
テ	2	3
ト, ナ	1,2	2
ニ	2	4

第4問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア	1	2
イ	2	2
ウ	0	2
エ	7	2
オ	5	2
カ	3	2
キ, ク	6,2	3
ケ	2	2
コ	2	3

注

- 「解答欄」で同じ場所にまとまって入っている解答はすべて正解した場合のみ得点できます。
(上記の場合、第1問はアに1、イに0を入れた場合のみ2点が加わる)

解説

第1問

[1]

- (1) ア A は問題文の連立不等式をみたす実数 x 全体ですので、 A の要素ならば x にその値を代入すると連立不等式を満たします。この考えで検証しましょう。

いま $a = 2$ としていますので、 $\sqrt{3}a = 3.4\cdots$ 、すなわち $3 < \sqrt{3}a < 4$ が成り立ちます。

$x = 3$ を代入すると不等式 $x + \sqrt{3}a + 1 \geq 3x$ の右辺の値は 9、左辺の値は $4 + \sqrt{3}a < 8$ となりますので、不等式をみたしません。

したがって 3 は ${}_1A$ の要素でないとわかります。

- イ 同様に考えると $x = 2$ のとき $x + \sqrt{3}a + 1 > 6 = 3x$ であり $x + a = 4 \geq 1$ ですので、どちらの不等式も満たします。なので 2 は ${}_0A$ の要素であるとわかります。

- (2) ウ それぞれの連立不等式を x について変形すると上の式は $2x \leq \sqrt{3}a + 1$ より $x \leq \frac{\sqrt{3}a + 1}{2}$ となり、下の式は $x \geq 1 - a$ となります。

したがって A の要素は $x \leq \frac{\sqrt{3}a + 1}{2}$ と $x \geq 1 - a$ を同時にみたす x 全体となります。

これがただ一つになるときは $1 - a = \frac{\sqrt{3}a + 1}{2}$ が成り立つ場合です。

これを变形すると $a = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ となります。

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ を利用して分母を有理化すると $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$ がわかります。

- エ a がこの値のとき A の要素は $1 - a$ に限られます。すなわち、 $A = \{x | x = 1 - a\}$ より $A = \{\sqrt{3} - 1\}$ がわかります。

- オ $a > 2 - \sqrt{3}$ のとき、 $1 - a < \sqrt{3} - 1$ 、 $\frac{\sqrt{3}a + 1}{2} > \sqrt{3} - 1$ より $1 - a < \frac{\sqrt{3}a + 1}{2}$ が成り立ちます。

したがって ${}_4A = \left\{ x \mid 1 - a \leq x \leq \frac{\sqrt{3}a + 1}{2} \right\}$ がわかります。

カ～ケ $A \cap B = \{1\}$ であるとき、 $1 \in A, 0 \notin A, 2 \notin A$ が必要です。

まず $1 - a \leq 1 \leq \frac{\sqrt{3}a + 1}{2}$ から考えると、 $1 - a \leq 1$ より $a \geq 0$ 、 $\frac{\sqrt{3}a + 1}{2} \geq 1$ より $a \geq \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ が得られます。

またこのとき $1 - a \leq 1$ ですので $0 \notin A$ となるならば $0 < 1 - a$ が必要です。これを变形すると $a < 1$ がわかります。

同様に $\frac{\sqrt{3}a + 1}{2} < 2$ も必要ですので、これを变形して $a < \sqrt{3}$ が得られます。

これらをすべてみたすとき、 $n \leq 0$ ならば $n < 1 - a$ が成り立ち、 $n \geq 2$ ならば $\frac{\sqrt{3}a + 1}{2} < n$ が成り立ちますので、 $A \cap B = \{1\}$ がわかります。

したがって、求める範囲は $\frac{\sqrt{3}}{3} \leq a \leq 1$ となります。

[2]

- (1) コ, サ A が命題 $p \Rightarrow q$ の反例になっている、ということは A は p を満たしているが q を満たしていない、ということです。

逆にいうと A が満たしている条件 p と A が満たしていない条件 q によって命題 $p \Rightarrow q$ を作れば、 A はこの命題の反例となることがいえます。

いま A として「 $n = 9$ 」を考えていて、 $n = 9$ は条件 p を満たしておらず、 q を満たしていることがわかります。

また $\bar{p}$ とは条件 p を満たしていない、という条件ですので、 $n = 9$ は $\bar{p}$ を満たしていて、 $\bar{q}$ を満たしていないことがわかります。

これらを考えると、 $n = 9$ が反例になる命題は ${}_1q \Rightarrow p$ と ${}_6\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$ となります。

- (2) シ $18 = 6 \cdot 3$ ですので、6 の約数ならば 18 の約数でもあります。なので「 $r \Rightarrow q$ 」は真です。
一方、 $n = 9$ とすると n は 18 の約数ですが 6 の約数でないので、 $n = 9$ は「 $q \Rightarrow r$ 」の反例となり、すなわちこの命題は偽となります。

したがって、 r は q であるための ${}_1$ 十分条件ではあるが必要条件ではないとなります。

ス (p かつ q) であるとは、 n が 12 の約数でありさらに 18 の約数でもあること、すなわち 12 と 18 の公約数であること、と言い換えられます。

12 と 18 の最大公約数は 6 ですので、これはさらに 6 の約数であること、となります。

これは r に一致しますので、(p かつ q) は r であるための ${}_2$ 必要十分条件であることがわかります。

- (3) セ 条件 p をみたす n は $n = 1, 2, 3, 4, 6, 12$ です。
このうち条件 q をみたすものは $n = 1, 2, 3, 6$ ですので、 $n = 4, 12$ が s を満たすならば命題 A が真となります。
 $n = 4$ で s が成立する必要がありますので、 a は 4 の約数、とくに $a \leq 4$ がわかります。
また $a = 4$ ならば $n = 12$ も s を満たしますので、 $a = 4$ ならば命題 A が真となります。
したがって、あてはまる値は $a = 4$ となります。

ソ 命題 A の逆はすなわち「(q または s) $\Rightarrow p$ 」となります。

q または s をみたす n は $n = 1, 2, 3, 4, 6, 8, \dots$ となります。

反例になるものは p を満たさないものですので、そのうち最小のものを探すと $n = 8$ が見つかります。

第2問

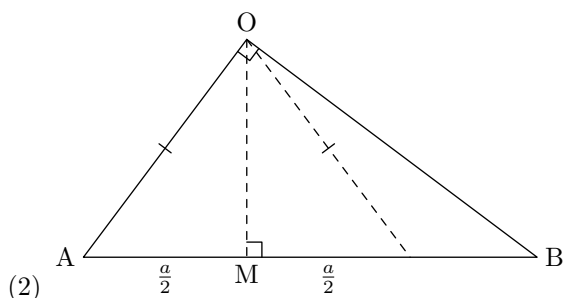
[1]

(1)ア, イ 三角形 ABC とその外接円の半径 R について、正弦定理 $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R$ 、すなわち $R = \frac{AB}{2 \sin \angle ACB}$ が成り立ちます。

これを利用すると $\angle OAB = \angle OAP$ より $R_1 = \frac{OP}{2 \sin \angle OAB}$ 、 $R_3 = \frac{OB}{2 \sin \angle OAB}$ がわかります。

ウ, エ 同様に $R_2 = \frac{OP}{2 \sin \angle OBA}$ 、 $R_3 = \frac{OA}{2 \sin \angle OBA}$ がわかり、これより $\frac{R_2}{R_3} = \frac{OP}{OA}$ がわかります。

したがって $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{R_2}{R_3} = \frac{OB}{OP} \cdot \frac{OP}{OA} = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{0}$ が成り立ちます。



オ～キ $OA^2 + OB^2 = AB^2$ ですのでいま三角形 OAB は $\angle AOB$ が直角であることがわかります。これより $\cos \angle OAB = \frac{OA}{AB} = \frac{3}{5}$ がわかります。

また P が $OP = OA$ をみたすならば三角形 OAP が二等辺三角形となりますので、辺 AP の中点を M とすると三角形 AOM は M が直角の三角形となります。

これより、 $AP = 2AM = 2 \cdot OA \cdot \cos \angle OAB = \frac{18}{5}$ がわかります。

ク P が $0 < AP < a$ をみたすならば $0 < MP < AM$ が成り立ちます。したがって $OP^2 < OM^2 + AM^2 = OA^2$ となりますので、 $OP < OA$ がわかります。

$R_2 : R_3 = OP : OA$ でしたので、これらから $R_2 < R_3$ がわかります。

さらに $R_1 : R_2 = OA : OB$ でしたので、 $R_1 < R_2$ もわかります。

したがって、あてはまる不等式は ${}_0R_1 < R_2 < R_3$ となります。

ケ P が $a < AP < 5$ をみたすならば $MP > MA$ より同様の計算により $OP > OA$ がわかります。

したがって $R_2 > R_3$ が得られます。

また $R_1 : R_3 = OP : OB$ ですので $R_1 < R_3$ もわかります。

これらより、あてはまる不等式は ${}_1R_1 < R_3 < R_2$ となります。

[2]

(1) コ 三角形 POQ は Q が直角ですので、 $\tan \angle POQ = \frac{PQ}{OQ} = \frac{h}{\frac{h}{2}}$ がわかります。

サ 同様に $\tan \angle COD = \frac{h}{OD}$ がわかりますので、 $\angle COD = 30^\circ$ を代入して
 $OD = \frac{1}{\tan 30^\circ} h = \sqrt{3}h$ がわかります。

シ 三角形 BOD に余弦定理を適用することで

$$\begin{aligned} BD^2 &= OB^2 + OD^2 - 2 \cdot OB \cdot OD \cdot \cos \angle BOD = h^2 + (\sqrt{3}h)^2 - 2 \cdot h \cdot (\sqrt{3}h) \cdot \cos 150^\circ \\ &= h^2 + 3h^2 - 2\sqrt{3}h^2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 7h^2 \text{ がわかります。} \end{aligned}$$

したがって、 $h > 0$ より $BD = \sqrt{7}h$ がわかります。

ス～タ 余弦定理の式 $OD^2 = BO^2 + BD^2 - 2 \cdot BO \cdot BD \cdot \cos \angle OBD$ を利用すると

$$\cos \angle OBD = \frac{BO^2 + BD^2 - OD^2}{2 \cdot BO \cdot BD} = \frac{h^2 + 7h^2 - 3h^2}{2 \cdot h \cdot (\sqrt{7}h)} = \frac{5h^2}{2\sqrt{7}h^2} = \frac{5}{2\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{14} \text{ がわかります。}$$

チ P が A を通過して 140 秒後に C を通過しますので、A を通過して 70 秒後は P は A から $\frac{70}{140} \cdot AC$ だけ進んだ位置にきます。

したがってこのとき $BQ = \frac{70}{140} \cdot BD = \frac{\sqrt{7}}{2}h$ がわかります。

これより三角形 OBQ に余弦定理を適用することで

$$OQ^2 = BO^2 + BQ^2 - 2 \cdot BO \cdot BQ \cdot \cos \angle OBD = h^2 + \frac{7}{4}h^2 - 2 \cdot h \cdot \left(\frac{\sqrt{7}}{2}h\right) \cdot \left(\frac{5}{2\sqrt{7}}\right) = \frac{1}{4}h^2 \text{ がわかります。}$$

したがって $OQ = \frac{h}{2}$ が得られます。

ツ このとき $\tan \angle POQ = \frac{OP}{OQ} = \frac{h}{\frac{h}{2}} = 2$ ですので、この値になる角度を三角比の表から探しましょう。

すると $\tan 63^\circ < 2 < \tan 64^\circ$ であることがわかります。

したがって $63^\circ < \angle POQ < 64^\circ$ がわかりますので、あてはまるものは 460° 以上 65° 未満となります。

テ $\angle POQ$ が最大になるとき、 $\angle POQ$ が鋭角となることから $\tan \angle POQ$ が最大になります。

$\tan \angle POQ = \frac{h}{OQ}$ ですので、 $\tan \angle POQ$ が最大になるのは OQ が最小になるときです。

Q は三角形 OBD の辺 BD 上を動きますので、直線 OQ が辺 BD に垂直になるときに最小となります。

したがって求める条件は 2O から線分 BD におろした垂線と線分 BD との交点となります。

トナ Q が上記の条件をみたすときにくるとき三角形 OBQ は Q が直角の三角形となります。

したがってこのとき $BQ = OB \cos \angle OBQ = h \cdot \frac{5}{2\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{14}h$ となります。

ここから $\frac{BQ}{BD} = \frac{\frac{5\sqrt{7}}{14}h}{\sqrt{7}h} = \frac{5}{14}$ がわかりますので、A を通過後、C を通過するまでの時間の $\frac{5}{14}$ 倍の時間で到達することがわかります。

よって求める時間は $140 \cdot \frac{5}{14} = 50$ 秒となります。

ニ このとき三角形 OBQ は Q が直角の三角形でしたので $OQ = \sqrt{OB^2 - BQ^2} = \sqrt{h^2 - \frac{25}{28}h^2} = \sqrt{\frac{3}{28}}h$ となります。

したがって $\tan \angle POQ = \frac{h}{\sqrt{\frac{3}{28}}h} = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$ がわかります。

平方根の表をもとに $\sqrt{21} = 4.5826$ を代入すると $\tan \angle POQ = 3.055 \dots$ となりますので、

$\tan 71^\circ < \tan \angle POQ < \tan 72^\circ$ がわかります。

したがって $71^\circ < \angle POQ < 72^\circ$ となりますので、あてはまるものは 70° 以上 75° 未満 となります。

$(3^2 = 9 = \frac{27}{3}, (3.1)^2 = 9.61 > \frac{28}{3}$ から $3 < \sqrt{\frac{28}{3}} < 3.1$ を導いてもよい)

第3問

[1]

(1) ア, イ 平方完成すると $f(x) = (x-2)^2 - 4$ となりますので、 $f(x) \leq -1$ は $(x-2)^2 - 4 \leq -1$ 、すなわち $(x-2)^2 \leq 3$ と変形できます。

これより $-\sqrt{3} \leq x-2 \leq \sqrt{3}$ が得られ、すなわち解は $2-\sqrt{3} \leq x \leq 2+\sqrt{3}$ となります。

ウ $y = (x-a)^2 + b$ をグラフにすると軸は直線 $x = a$ となります。いま $f(x) = (x-2)^2 - 4$ ですので、軸は $x = 2$ であることがわかります

エ オ $f(x) = (x-a)^2 + b$ のとき、 $(x-a)^2 \geq 0$ がすべての実数 x について成り立ちますので、最小値は b ($x = a$ のとき) となります。したがって $f(x)$ の最小値は -4 です。

カ $f(x)$ の値は x が 2 以下ならば x が小さいほど、2 以上なら x が大きいほど大きくなります。なので $0 \leq x \leq 3$ における最大値は $f(0)$ と $f(3)$ どちらかとなります。

$f(0) = 0, f(3) = -3$ ですので、求める最大値は 0 となります。

(2) キ $f(x) = -4$ となる x は $x = 2$ のみですので、最小値が -4 となるためには $x = 2$ が $0 \leq x \leq s$ を満たすことが必要十分です。

したがって $s \geq 2$ が求める条件となります。

ク $0 < s < 2$ のとき、 $0 \leq x \leq s$ ならば $x < 2$ をみたちます。したがって最小値は 2 にもっとも近い $x = s$ のときにとることになります。すなわちその値は $f(s) = 6s^2 - 4s$ となります。

(3) ケ 平方完成により $g(x) = (x-2k)^2 - 4k^2$ と変形できますので、 $p = 2k, q = 4k^2$ となります。

最小値が q であるための必要十分条件は (2) と同様に考えて $s \geq p$ となりますので、 k で表すと $s \geq 2k$ となります。

コ 必要十分条件になっているものは互いに代用できますので、それぞれで $s \geq 2k$ となっているかを調べれば求められます。

(a) $k > 1$ より $2k = k + k > k + 1$ となりますので、 $s < 2k$ が成り立ちます。なので最小値は q より大きくなります。

(b) $k-1 > 0$ なので $3k-1 = 2k + (k-1) > 2k$ となり、したがって $s > 2k$ が成り立ちます。なので最小値は q となります。

これらより、正しいものは 2(a) 偽、(b) 真 となります。

[2]

(1)

サ～セ $a = 2, b = -7, c = 7$ のとき関数は $y = 2x^2 - 7x + 7$ となります。平方完成により

$$2x^2 - 7x + 7 = 2 \left\{ \left(x - \frac{7}{4} \right)^2 - \frac{49}{16} \right\} + 7 = 2 \left(x - \frac{7}{4} \right) + \frac{7}{8} \text{ となりますので、頂点の座標は } \left(\frac{7}{4}, \frac{7}{8} \right) \text{ となります。}$$

(2)

ソ, タ グラフが2点PとQを通るようにしたいですので、 $y = ax^2 + bx + c$ の式がPとQの座標で成立するように b, c を設定します。

P(1, 2) から $2 = a + b + c$ 、Q(3, 4) から $4 = 9a + 3b + c$ が得られます。

差をとると $2 = 8a + 2b$ となりますので、ここから $b = 1 - 4a$ が得られます。

チ, ツ さらに代入により $2 = a + (1 - 4a) + c$ となりますので、ここから $c = 1 + 3a$ が得られます。

(3) テ 頂点の y 座標はグラフ上の点になっている y 座標のうちの最小になります。いまこのグラフはPを通りますので頂点の y 座標はPの y 座標である2を上回ることはありません。

したがって頂点の y 座標の最大値は2であることがわかります。

ト, ナ 頂点の y 座標が最大になるとき、頂点と同じ y 座標をとる点は放物線上にほかにありませんので、頂点はPに一致します。このときグラフは $y = a(x - 1)^2 + 2$ と表せます。

$a(x - 1)^2 + 2 = ax^2 - 2ax + 2 + a^2$ ですので、 $b = -2a$ となることがわかります。

また(2)より $b = 1 - 4a$ ですので、 $1 - 4a = -2a$ が成り立つことがわかります。

これを変形すると $a = \frac{1}{2}$ が得られます。

(思いつくならQを通ることを利用して $4 = a \cdot (3 - 1)^2 + 2$ から導くのが速いか)

(4) ニ それぞれみていきましょう。このグラフは $y = ax^2 + (1 - 4a)x + (1 + 3a)$ となることを利用します。

(A) 点(0, 3)を通るなら $3 = a \cdot 0^2 + (1 - 4a) \cdot 0 + (1 + 3a)$ より $1 + 3a = 3$ となります。したがって $a = \frac{2}{3}$ となり、すなわちこの条件をみたら $a > 0$ が必要です。なのでこれは起こりえないことがわかります。

(B) たとえば点 $\left(-\frac{1}{2}, 0 \right)$ をとる可能性があるかをみてみましょう。このとき $0 = \frac{a}{4} - \frac{1 - 4a}{2} + (1 + 3a)$ より $a = -\frac{2}{25}$ となり、このことが起こりえるといえます。

(なお、条件は y 切片が正、すなわち $1 + 3a > 0$ のときで、 $-\frac{1}{3} < a < 0$ のときに発生する)

(C) グラフの式を平方完成すると $y = a \left(x + \frac{1 - 4a}{2a} \right)^2 + (1 + 3a) - \frac{(1 - 4a)^2}{4a}$ と表せます。

したがって頂点の x 座標は $\frac{4a - 1}{2a} = 2 - \frac{1}{2a}$ となります。

いま $a < 0$ より $-\frac{1}{2a} > 0$ となりますので $2 - \frac{1}{2a} > 2$ 、すなわち頂点の x 座標は2以下にならないことがわかります。

これらより、あてはまるものは 2(B)のみ起こり得る となります。

第4問

[1]

ア 相関係数が負で大きめ (-1 に近い) ので、負の相関をもつといえます。言い換えるとスポーツ好きが増えると反復横とびの点数は 1 減る傾向にある といえます。

イ 図3を見るとスポーツ好きが増えると反復横とびの成績はわずかながら上がっているように見えます。したがって相関は弱いので、相関係数としてあてはまるのは 2 0.1 と考えられます。

ウ 平均は合計を値の個数で割って得られますので、 $\bar{x} = \frac{(-1) + 1 + (-2) + 0 + 0 + 2}{6} = \underline{0}$ となります。

エ 分散は「値と平均との差の2乗」の平均で得られます。 $\bar{x} = 0$ でしたので
 $s_x^2 = \frac{(-1-0)^2 + (1-0)^2 + (-2-0)^2 + (0-0)^2 + (0-0)^2 + (2-0)^2}{6} = \frac{10}{6} = \underline{7\frac{5}{3}}$ となります。

オ x と y の共分散「 x と $\bar{x}$ との差、 y と $\bar{y}$ との差、の積」の平均で得られます。
 $\bar{y} = \frac{1 + (-1) + 0 + (-2) + 2 + 0}{6} = 0$ ですので
 $s_{xy} = \frac{(-1) \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot (-2) + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 0}{6} = -\frac{2}{6} = \underline{-\frac{1}{3}}$ となります。

カ x の値、 y の値は並べ替えるとどちらも $\{-2, -1, 0, 0, 1, 2\}$ となりますので、 $s_y^2 = s_x^2$ がわかります。
 $s_x > 0, s_y > 0$ ですので $s_x = s_y$ が成り立ちます。

したがって $r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{10}{3}} = \underline{-\frac{1}{10}}$ が得られます。

キ、ク W において、 $\bar{x} = \frac{-1 + 1 + (-1-a) + (1-a) + (-1+a) + (1+a)}{6} = 0$ 、

$\bar{y} = \frac{1 + (-1) + (1-a) + (-1-a) + (1-a) + (-1+a) + (1+a)}{6} = 0$ ですので、

$s_{xy} = \frac{(-1) \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-1-a) \cdot (1-a) + (1-a) \cdot (-1-a) + (-1+a) \cdot (1+a) + (1+a) \cdot (-1+a)}{6}$
 $= \frac{-2 + 4(a+1)(a-1)}{6} = \frac{2(a^2-1)-1}{3}$ と計算できます。

$s_x > 0, s_y > 0$ なので共分散と相関係数の符号は同じになるので、相関係数が正になることと $s_{xy} > 0$ になることが同値になります。

このとき、 $\frac{2(a^2-1)-1}{3} > 0$ を変形すると $a^2 > \frac{3}{2}$ となりますので、求める条件は $a > \sqrt{\frac{3}{2}}$ 、すなわち $a > \underline{\frac{\sqrt{6}}{2}}$ となります。

[2]

ケ P の式を問題文からさらに変形すると

$$P = (a_1 - \bar{a})^2 + 2(a_1 - \bar{a})k + k^2 + (a_2 - \bar{a})^2 + 2(a_2 - \bar{a})k + k^2$$

$$= 2 \cdot \frac{(a_1 - \bar{a})^2 + (a_2 - \bar{a})^2}{2} + 4 \left(\frac{a_1 + a_2}{2} - \bar{a} \right) k + 2k^2 = 2s_A^2 + 2k^2 \text{ となります。}$$

したがって $s_A^2 = \frac{P - 2k^2}{2}$ となることがわかります。

コ $s_Z^2 = \frac{(z_1 - \bar{z})^2 + (z_2 - \bar{z})^2 + (z_3 - \bar{z})^2 + (z_4 - \bar{z})^2}{4} = \frac{P + Q}{4}$ がわかります。

また $P = 2s_A^2 + 2k^2, Q = 2s_B^2 + 2k^2$ がわかりますので、代入により

$s_Z^2 = \frac{2s_A^2 + 2k^2 + 2s_B^2 + 2k^2}{4} = \frac{1}{2}s_A^2 + \frac{1}{2}s_B^2 + k^2$ と変形できます。

いま $k \neq 0$ で考えていますので $k^2 > 0$ 、したがって $\frac{1}{2}s_A^2 + \frac{1}{2}s_B^2 + k^2 > \frac{1}{2}s_A^2 + \frac{1}{2}s_B^2$ が k によらず成り立ちます。

したがって k によらず $s_Z^2 > \frac{1}{2}s_A^2 + \frac{1}{2}s_B^2$ が成り立つことがわかります。

所感

本試験と比較して基本的な問題が多いように感じられます。それだけにうっかりの失点は痛くなるでしょう。

第1問

[1]

数と式に関する問題です。集合が出て少し驚くかもしれませんが、落ち着いて解いていきましょう。

[2]

集合に関する問題です。命題の基本的な知識を問われていますので、落としたいくない分野といえます。

第2問

[1]

三角比を使った問題です。大小関係は少々見づらい比になっていますので混乱するかもしれません。

[2]

正弦や余弦を利用した問題です。ひとつとびに値を求めることは(2)までないはずですので、地道に進めればよいでしょう。

第3問

[1]

二次関数の問題です。グラフがイメージできれば難しくありません。

[2]

二次関数のグラフを考える問題です。(2)までは式をあてはめればいけますが(3)(4)は本質的な思考が求められます。

第4問

データの分析に関する問題です。扱う値は平易ですので計算ミスには気を付けましょう。