解答

第１問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア	**3**	**1**
イウ	**10**	**1**
エ, オ	**1,0**	**2**
カ	**0**	**3**
キ	**5**	**3**
ク	**2**	**2**
ケ	**2**	**3**
コサ, シ	**-2,3**	**2**
ス, セ	**2,1**	**2**
ソタ	**12**	**1**
チ	**3**	**3**
ツ	**1**	**1**
テ, ト	**1,1**	**2**
ナ	**3**	**1***
ニヌ	**-6**	**2**
ネノ	**14**	**1**

第２問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	**3,2**	**2**
ウ, エ	**9,6**	**1**
オ, カ, キ	**9,2,6**	**2**
ク	**1**	**1**
ケ, コ	**5,2**	**1**
サ	**2**	**1**
シ	**2**	**1**
ス	**3**	**3**
セ, ソ	**0,5**	**2**
タ	**1**	**2**
チ	**1**	**4**
ツ	**2**	**2**
テ	**3**	**1**
ト, ナ	**4,2**	**3**
ニ, ヌ	**0,4**	**2**
ネ	**2**	**2**

第３問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア	**0**	**2**
イ	**3**	**2**
ウ, エ	**1,2**	**3**
オ	**0**	**3**
カ	**3**	**3**
キク	**33**	**3**
ケコ, サ	**21,8**	**4**

第４問 (20)		
解答欄	解答	配点
アイ, ウエ	**24,38**	**2**
オカ	**14**	**2**
キ, ク, ケ, コ	**3,1,2,3**	**3**
サ	**1**	**1**
シス, セソ	**-3,-3**	**2**
タ, チツ	**1,40**	**3**
テ	**3**	**3**
ト	**4**	**4**

第５問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア, イウ, エ	**1,-1,1**	**2**
オ	**0**	**2**
カ	**2**	**3**
キ, クケ, コサ	**3,12,54**	**3**
シ	**1**	**3**
ス	**2**	**3**
セソ, タチ, ツテ トナ, ニヌ, ネノ	**-3,12,-6** **-7,12,-2**	**4**

*第 1 問の [ナ] はテ, トが不正解だと採点の対象にならず、何を入れても 0 点になります。

解説

第 1 問

[**1**]

(1) ア $3^3 = 27$ より $3 = \log_3 27$ ですので $y = \log_3 x$ のグラフは点 $(27, \underline{3})$ を通ります。

イウ $1 = \log_2 \dfrac{x}{5}$ ならば $2^1 = \dfrac{x}{5}$ より $x = 10$ ですので、$y = \log_2 \dfrac{x}{5}$ のグラフは点 $(\underline{10}, 1)$ を通ることがわかります。

エ, オ $k > 0, k \neq 1$ ならば $k^0 = 1$ ですので $0 = \log_k 1$ となり、すなわち $y = \log_k x$ のグラフは k によらず点 $\underline{(1, 0)}$を通ることがわかります。

カ $y = \log_k x$ は k によらず点 $(1, 0)$ を通りますので、すなわち x 軸上の 1 点で 3 つのグラフは交わります。
また $x > 1$ のときは $k > 1$ ならば k が大きいほど $\log_k x$ の値は小さくなりますので、$x > 1$ の範囲では k が大きいほどグラフは下側にきます。
これらより選択肢 0のグラフが適当といえます。

キ $\log_2 kx = \log_2 x + \log_2 k$ とできますので、$y = \log_2 kx$ のグラフは $y = \log_2 x$ のグラフを y 軸方向に $\log_2 k$ だけ平行移動させてできるものになります。したがってとくにこれらのグラフは交わりません。
また $\log_2 k$ は k が大きいほど値が大きくなりますので、グラフは上側にいくことになります。
これらより選択肢 5のグラフが適当といえます。

(2) ク $\log_x y = 2$ を変形すると $y = x^2$ となりますので、得られる図形は原点を頂点とし下に凸な放物線である選択肢 2の図に含まれることがわかります。

ケ $0 < \log_x y < 1$ については、底 x の値で場合分けして考えます。
$0 < x < 1$ のときは $0 < \log_x y < 1$ は $x^1 < y < x^0$ より $x < y < 1$ となります。
$1 < x$ のときは $0 < \log_x y < 1$ は $x^0 < y < x^1$ より $1 < y < x$ となります。
これらより、適当な領域は選択肢 2といえます。

[2]

(1)

コ〜シ　$S(x)=(x+2)^2+3$ と変形できますので方程式 $S(x)=0$ の解は $(x+2)^2=-3$ より $x+2=\pm\sqrt{3}i$ となり、すなわち$\underline{x=-2\pm\sqrt{3}i}$となります。

ス〜タ　次数の大きい項から順に計算することで
$P(x)=2x(x^2+4x+7)-(2x^3+8x^2+14)+2x^3+7x^2+10x+5$
$=2x(x^2+4x+7)-x^2-4x+5=(2x-1)(x^2+4x+7)+(x^2+4x+7)-x^2-4x+5=(2x-1)(x^2+4x+7)+12$
となりますので、
$\underline{T(x)=2x-1, U(x)=12}$がわかります。

(2)　チ　まず作り方から $P(x)=S(x)T(x)+U(x)$ となりますので $P(x)=S(x)T(x)+k$ がわかります。
いま α,β は $S(x)=0$ の解としていますので $S(\alpha)=S(\beta)=0$ となります。
これを利用すると $P(\alpha)=S(\alpha)T(\alpha)+k=0\cdot T(\alpha)+k=k$ となり、同様に $P(\beta)=k$ もわかります。
この議論は仮定が「$P(x)=S(x)T(x)+k$」「$S(\alpha)=S(\beta)=0$」で結論が「$P(\alpha)=P(\beta)=k$」ですので、これに沿っているものは<u>選択肢 3</u>の文となります。

ツ　上記の議論から成り立つものは $_1\underline{P(\alpha)=P(\beta)}$となります。

テ　$P(x)=S(x)T(x)+U(x)$ ですので、$U(x)=mx+n$ より $P(x)={}_1\underline{S(x)T(x)+mx+n}$がわかります。

ト　$S(\alpha)=S(\beta)=0$ ですので $P(\alpha)=0\cdot T(\alpha)+m\alpha+n=m\alpha+n$ となります。
$P(\beta)$ も同様ですので $_1\underline{P(\alpha)=m\alpha+n, P(\beta)=m\beta+n}$がわかります。

ナ　いま $P(\alpha)=P(\beta)$ を仮定していますので $m\alpha+n=m\beta+n$ が成り立ちます。
これを整理すると $m(\alpha-\beta)=0$ となり、いま $\alpha\neq\beta$ より $\alpha-\beta\neq 0$ としていますので、$_3\underline{m=0}$が成り立ち、すなわち $U(x)=n$ となって余りが定数となることがいえます。

(3) ニヌ　これまでの議論から $S(x)=0$ の解を考えましょう。$S(x)=(x+1)(x-2)$ ですので $S(x)=0$ の解は $x=-1,2$ となります。
したがって $P(x)$ を $S(x)$ で割った余りが定数になるなら $P(-1)=P(2)$ が成り立つことがわかります。
$P(-1)=(-1)^{10}-2\cdot(-1)^9-p\cdot(-1)^2-5\cdot(-1)=1+2-p+5=-p+8$ であり、
$P(2)=2^{10}-2\cdot 2^9-p\cdot 2^2-5\cdot 2=2^{10}-2^{10}-4p-10=-4p-10$ ですので $-p+8=-4p-10$ となります。
これを整理すると $3p=-18$ より$\underline{p=-6}$がわかります。

ネノ　(i) の議論で $P(x)$ を $S(x)$ で割った余りが定数になるならその値は $P(\alpha)=P(\beta)$ となりますので、この値を計算します。
$P(-1)=-p+8, P(2)=-4p-10$ でしたので $p=-6$ を代入することでその値は<u>14</u>となることがわかります。

第２問

[1]

(1)

ア, イ　$f(x)=3(x^2-3x+2)$ より $f'(x)=3\cdot(2x-3)$ ですので、$f'(x)=0$ となる x は $2x-3=0$ が成り立つことから $\underline{x=\dfrac{3}{2}}$ となります。

ウ, エ　ここは $f(t)$ を展開した式を入れることになりますので、$f(t)=3(t^2-3t+2)=\underline{3t^2-9t+6}$ が入ります。

オ〜キ　$1,t,t^2$ の原始関数は積分定数を C とおくとそれぞれ $t+C, \dfrac{t^2}{2}+C, \dfrac{t^3}{3}+C$ となりますので、計算すると $S(x)=\left[3\cdot\dfrac{t^3}{3}-9\cdot\dfrac{t^2}{2}+6t\right]_0^x=\underline{x^3-\dfrac{9}{2}x^2+6x}$ となります。

ク〜コ　$S'(x)=f(x)$ ですので、$f(x)$ が正から負にかわる値で $S(x)$ は極大となります。
$f(x)$ は $1<x<2$ で負でありそれ以外の範囲で 0 以上となりますので、極大値をとるのは $\underline{x=1}$ のときで、そのときの値は $S(1)=\underline{\dfrac{5}{2}}$ となります。

サ, シ　$f(x)$ が負から正にかわる値で $S(x)$ は極小となりますので、すなわち極小値は $\underline{x=2}$ のときの値であり、その値は $S(2)=2^3-\dfrac{9}{2}\cdot2^2+6\cdot2=\underline{2}$ となります。

ス　$S'(x)=f(x)$ でしたので $f(3)$ は $x=3$ における $S(x)$ の微分係数となります。微分係数はグラフ上では接線の傾きとなりますので、選択肢のうち $f(3)$ に一致するものは
3関数 $y=S(x)$ のグラフ上の点 $(3,S(3))$ における接線の傾きとなります。

(2)　セ　$0\leq x\leq 1$ の範囲においては $f(x)\geq 0$ すなわち x 軸の上側にきますので、この範囲での面積は 0 $\underline{\int_0^1 f(x)dx}$ と表せます。

ソ　$1\leq x\leq m$ の範囲においては $f(x)\leq 0$ すなわち x 軸の下側にきますので、$S_2=\int_1^m\{0-f(x)\}dx=$ 5 $\underline{\int_1^m\{-f(x)\}dx}$ と表せます。

タ　$S_1=S_2$ はすなわち $\int_0^1 f(x)dx=\int_1^m\{-f(x)\}dx$ ですので、左辺によせることで
$\int_0^1 f(x)dx-\int_1^m\{-f(x)\}dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^m f(x)dx=$ 1 $\underline{\int_0^m f(x)dx}=0$ と変形できます。

チ　この左辺は $S(m)$ と表せますので、$S_1=S_2$ が成り立つならば $S(m)=0$ が成り立ちます。
また、(1) の議論から関数 $S(x)$ は $x=m$ で極小となりますので、すなわち極小値が 0 です。
すなわちグラフでいうと x 軸に上側から接することになりますので、選択肢１の図が適切といえます。

ツ　$S_1>S_2$ を同様に変形していくと $S(m)>0$ となりますので、すなわち極小値が正の値になります。
グラフでいうと x 軸より上で減少から増加になっていることになりますので、選択肢２の図が適切といえます。

(3)　テ　$f(x)=3x^2-3(1+m)x+3m=3\left(x^2-\dfrac{1+m}{2}\right)^2+3m-\dfrac{3(1+m)^2}{4}$ と変形できますので、すなわち 3 $\underline{x=\dfrac{m+1}{2}}$ に対して対称なグラフとなります。

ト　すべての実数 t に対して $f\left(\dfrac{1+m}{2}+t\right)=f\left(\dfrac{1+m}{2}-t\right)$ ですので、両辺を $\dfrac{m-1}{2}\leq t\leq p+\dfrac{m-1}{2}$ の範囲で積分すると左辺は $m\leq x\leq m+p$、右辺は $1-p\leq x\leq 1$ の範囲での積分となりますので
$\int_{1-p}^1 f(x)dx=$ 4 $\underline{\int_m^{m+p}} f(x)dx$ が成り立ちます。

ナ 同様にして $-f(M-t)=-f(M+t)$ ですので t を $0 \leq t \leq q$ の範囲で積分することで
$\int_{M-q}^{M}\{-f(x)\}dx =_2 \underline{\int_{M}^{M+q}}\{-f(x)\}dx$ が成り立ちます。

ニ ① の式は $S(1)-S(1-p)=S(m+p)-S(m)$ となりますので、整理することで
$S(1-p)+S(m+p) =_0 \underline{S(1)+S(m)}$ と変形できます。

ヌ ② の式は $S(M-q)-S(M)=S(M)-S(M+q)$ となりますので、$2S(M) =_4 \underline{S(M+q)+S(M-q)}$
となります。

ネ 中点の座標は $\left(\dfrac{(1-p)+(m+p)}{2}, \dfrac{S(1-p)+S(m+p)}{2}\right)$ となります。
$S(1-p)+S(m+p)=S(1)+S(m)$ を利用するとこれは $\left(\dfrac{1+m}{2}, \dfrac{S(1)+S(m)}{2}\right)$ となります。
さらに $S(M+q)+S(M-q)=2S(M)$ に $q=M-1$ を代入することで $S(2M-1)+S(1)=2S(M)$
となります。
$M=\dfrac{m+1}{2}$ でしたので $2M-1=m$ となり、これより中点の座標は $(M, S(M))$ と表せることがわかります。
この座標には p が出ておらず、$y=S(x)$ のグラフ上の点であることがわかりますので、適当なものは
$_2$<u>中点は p の値によらない定点であり $y=S(x)$ のグラフ上にくる</u>となります。

第３問

(1) ア 平均はそれぞれの値について値とその確率との積を合計することで求められますので、
$m = 0 \cdot (1-p) + 1 \cdot p = {}_{0}\underline{p}$と計算できます。

イ 母標準偏差が σ のとき、標本の大きさ n が十分に大きければ $\overline{X}$ は平均 m、標準偏差 $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に近似できます。
$N(a,b)$ の b は分散 (すなわち標準偏差の 2 乗) が入りますので、${}_{3}\underline{N\left(m, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)}$に従うことがわかります。

ウ $(X_1-\overline{X})^2 + \cdots + (X_n-\overline{X})^2 = (X_1^2+\overline{X}^2 - 2\cdot X_1\cdot\overline{X}) + \cdots + (X_n^2+\overline{X}^2 - 2\cdot X_n\cdot\overline{X}^2)$
$= (X_1^2+\cdots+X_n^2) + n\overline{X}^2 - 2(X_1+\cdots+X_n)\cdot\overline{X}$ と変形できます。
$\overline{X} = \dfrac{1}{n}(X_1+\cdots+X_n)$ でしたので $X_1+\cdots+X_n = n\overline{X}$ となり、
すなわち $S = \sqrt{\dfrac{1}{n}\{(X_1^2+\cdots+X_n^2)+n\overline{X}^2 - 2n\overline{X}^2\}} = {}_{1}\underline{\sqrt{\dfrac{1}{n}(X_1^2+\cdots+X_n^2) - \overline{X}^2}}$がわかります。

エ X_1 などがとりうる値は 0 と 1 ですのでどちらでも $X_1^2 = X_1$ などが成り立ちます。これを利用すると
$S = \sqrt{\dfrac{1}{n}(X_1+\cdots+X_n) - \overline{X}^2} = \sqrt{\overline{X} - \overline{X}^2} = {}_{2}\underline{\sqrt{\overline{X}(1-\overline{X})}}$とできます。

オ いま標本平均は $\dfrac{75}{300} = \dfrac{1}{4}$ ですので $S = \sqrt{\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{3}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ となります。
ここから $\overline{X}$ は平均 $\dfrac{1}{4}(=0.25)$、標準偏差 $\dfrac{\sqrt{3}}{4\cdot\sqrt{300}} = \dfrac{1}{40}(=0.025)$ の正規分布に近似的に従うといえます。
信頼度 95%の区間は正規分布表で面積が 0.475 となるような z_0 に標準偏差をかけることで範囲が出ますので、そのような z_0 を探すと $z_0 = 1.96$ が該当します。
すなわち信頼区間は $0.25 - 0.025\times 1.96 \leq m \leq 0.25 + 0.025 \times 1.96$ より ${}_{0}\underline{0.201 \leq m \leq 0.299}$が該当します。

(2) カ 表 3 で $U_4 = 1$ になるものを探すと $(X_1, X_2, X_3, X_4) = (1,1,1,0), (0,1,1,1)$ の 2 つがあります。
$X_1 = 1$ となる確率は $\dfrac{1}{4}$ としていますので $X_1 = 0$ となる確率は $\dfrac{3}{4}$ です。
これらより期待値を計算すると $1\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{3}{4} + 1\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4} = \dfrac{6}{256} = \dfrac{3}{\underline{128}}$ となります。

キク $k=5$ の場合、$U_5 = 1$ となる場合は $(X_1,X_2,X_3,X_4) = (1,1,1,0), (X_2,X_3,X_4,X_5) = (0,1,1,1)$,
$(X_1,X_2,X_3,X_4,X_5) = (0,1,1,1,0)$ となる場合となります。U_5 が 2 以上になることはありません (1 が連続 3 日が 2 回と間に 0 が必要なので少なくとも $k \geq 7$ が必要) なので、
$E(U_5) = 1\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{3}{4} + 1\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4} + 1\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{3}{4} = \dfrac{\underline{33}}{\underline{1024}}$ となります。

ケ〜サ $(300, E(U_{300}))$ は 2 点 $(4, E(U_4)), (5, E(U_5))$ を通る直線上にきますので、この直線の式を求めてみましょう。
すると傾きは $\dfrac{E(U_5) - E(U_4)}{5-4} = \dfrac{9}{1024}$ となりますので、この直線の式は $y = \dfrac{9}{1024}x + p$ と表せます。
この直線は $(4, E(U_4))$ を通りますので $\dfrac{3}{128} = \dfrac{9}{1024}\cdot 4 + p$ となり、これより $p = -\dfrac{3}{256}$ がわかります。
よって $E(U_{300}) = \dfrac{9}{1024}\cdot 300 - \dfrac{3}{256} = \dfrac{2688}{1024} = \dfrac{\underline{21}}{\underline{8}}$ がわかります。
(ちなみに直線上にくる理由は、1 が連続 3 日になるパターンが $(X_1,X_2,X_3,X_4) = (1,1,1,0)$,
$(X_{k-3}, X_{k-2}, X_{k-1}, X_k) = (0,1,1,1)$ となる場合のほか、$i = 1, 2, \cdots, k-4$ において
$(X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}, X_{i+4}) = (0,1,1,1,0)$ となる場合があるためです。
k が 1 増えるごとに上記で使った i がとりうる値が 1 つ多くなるので、増えた分に該当する確率が追加されます。)

第４問

(1) アイ　$a_{n+1} = a_n + 14$ と変形できますので、これに $n = 1$ を代入して $a_2 = a_1 + 14 = 10 + 14 = \underline{24}$ と計算できます。

ウエ　同様に $n = 2$ を代入することで $a_3 = a_2 + 14 = \underline{38}$ となります。

オカ　$a_{n+1} - a_n = 14$ であるとはすなわち公差が 14 で一定とういことですので、数列 $\{a_n\}$ は等差数列です。よって $a_n = a_1 + \underline{14}(n-1)$ がわかります。

(2)

キ〜コ　$2(b_{n+1} + k) = b_n + k$ をみたすような k を考えると、この式を左にまとめることで $2b_{n+1} - b_n + k = 0$ となることから $k = 3$ がわかります。
これより $b_{n+1} + 3 = \dfrac{1}{2}(b_n + 3)$ がわかりますので、数列 $\{b_n + 3\}$ は公比 $\dfrac{1}{2}$ の等比数列です。
これより $b_{n+1} + 3 = (b_1 + 3)\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ がわかりますので、$\underline{b_n = (b_1 + 3)\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} - 3}$がわかります。

(3)　サ　①に $n = 1, c_1 = 5$ を代入すると $8(2c_2 - 2) = 0$ となりますので、$2c_2 - 2 = 0$ より$\underline{c_2 = 1}$です。

シス　同様に $n = 2, c_3 = -3$ を代入すると $(c_2 + 3) \cdot (-c_2 - 3) = -(c_2 + 3)^2 = 0$ となりますので、$\underline{c_2 = -3}$がわかります。

セソ　さらに $n = 1, c_2 = -3$ を代入することで $-(c_1 + 3)^2 = 0$ が得られ、これより$\underline{c_1 = -3}$がわかります。

タ　$n = 4, c_4 = 5$ を代入することで $8(2c_5 - 2) = 0$ となりますので、$\underline{c_5 = 1}$がわかります。

チツ　$n_4, c_4 = 83$ を代入すると $8(2c_5 - 80) = 0$ となりますので、$\underline{c_5 = 40}$がわかります。

テ　すべての自然数 n について成り立つかどうかを証明するのに使える手法として数学的帰納法があります。その 1 つに $n = 1$ で正しいこと、$n = k$ で正しいと仮定して $n = k + 1$ でも正しいことの 2 点を示す方法があります。
いま $n = 1$ については仮定で正しいとしていますのでもう 1 つのほうを考えればよく、
これは $_3$<u>$n = k$ で $c_n \neq -3$ を仮定したときに $n = k + 1$ で $c_n \neq -3$ となること</u>を示すことになります。

ト　それぞれ検証しましょう。
(I) 命題 A の対偶は「数列 $\{c_n\}$ が①を満たし、かつ $c_n = -3$ である自然数 n があるならば、$c_1 = -3$」となります。命題はその対偶と真偽が等しくなるので、この命題も真となります。よって①を満たして $c_{100} = -3$ ならば $c_1 = -3$ が決まりますので、この数列は存在しないことがわかります。
(II) $\{c_n\}$ としてすべての項の値が -3 である数列を考えると、$c_1 = -3, c_{100} = -3$ であり、さらに①を満たすことがわかります。よってこの数列は存在することがわかります。
(III) $\{c_n\}$ として第 99 項までの値がすべて -3 とすると c_{100} は任意の値をとれますので $c_{100} = 3$ も可能です。よってこの数列は存在することがわかります。
以上より、正しいものは $_4$<u>(I) 偽、(II) 真、(III) 真</u>となります。

第５問

(1)

ア〜エ $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(3-2,6-7,0-(-1))=\underline{(1,-1,1)}$ と計算できます。

オ 同様に $\overrightarrow{\mathrm{CD}}=(-9-(-8),8-10,-4-(-3))=(-1,-2,-1)$ となります。
内積は対応する成分の積の合計で求められますので、すなわち $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}=1\cdot(-1)+(-1)\cdot(-2)+1\cdot(-1)=\underline{0}$ となります。

(2) カ $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}={}_2\underline{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{OB}}}$がわかります。

キ〜サ 成分表示すると $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(2+s,7-s,-1+s)$ となりますので、
$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2=(2+s)^2+(7-s)^2+(-1+s)^2=\underline{3s^2-12s+54}$ となります。

シ O から直線 l_1 におろした垂線の足を H とおくと、P と H が異なるならば三角形 OPH は OP が斜辺の直角三角形となり、すなわち OP $>$ OH が成り立ちます。
これより $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ が最小になる場合は直線 OP と l_1 が垂直に交わる場合であることがわかります。
l_1 の方向ベクトルは $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ ですのでこれが $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と垂直になる場合を考えればよく、これは式にすると ${}_1\underline{\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0}$となります。

ス 太郎さんの考えの場合、$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2=3(s-2)^2+42$ と平方完成することになります。
花子さんの考えの場合、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(2+s)\cdot1+(7-s)\cdot(-1)+(-1+s)\cdot1=3s-6$ となりますので、$3s-6=0$ を解くことになります。
どちらの場合でも$\underline{s=2}$と求められます。

(3)

セ〜ノ Q が l_2 上にくる場合は $\overrightarrow{\mathrm{CQ}}=t\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ となるような t がありますので、これを利用しましょう。
成分で表すと $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{CQ}}=(-t-8,-2t+10,-t-3)$ となります。
これより $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(-s-t-10,s-2t+3,-s-t-2)$ がわかります。
太郎さんの考えを利用する場合、この大きさを計算して
$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2=(-s-t-10)^2+(s-2t+3)^2+(-s-t-2)^2=3s^2+6t^2+30s+12t+113=3(s+5)^2+6(t+1)^2+32$
と変形します。
花子さんの考えを利用する場合は直線 PQ が l_1,l_2 の両方と垂直に交わる条件を探すことになりますので、
$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(-s-t-10)\cdot1+(s-2t+3)\cdot(-1)+(-s-t-2)\cdot1=-3s-15$、
$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}=(-s-t-10)\cdot(-1)+(s-2t+3)\cdot(-2)+(-s-t-2)\cdot(-1)=6t+6$
がいずれも 0 になるような s,t を探すことになります。
どちらの場合でも $s=-5,t=-1$ が得られますので、これらを代入することで
$\underline{\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(-3,12,-6),\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=(-7,12,-2)}$がわかります。

所感

共通問題は解きやすいですが選択問題は歯ごたえのあるものが出ています。得意不得意と合致しないと大変です。

第１問

[**1**]

対数関数を利用した問題です。(2)(i) では思い込みで対数関数のグラフを選ばないようにしたいです。

[**2**]

複素数を利用した問題です。前年度の追試験からここに複素数がきていますので、本試験しか確認していないと面喰らいそうです。(2)(i) の不正解は論理が誤っているものになっていますので、事実だけで追うと選べないかもしれません。

第２問

微積分を利用した問題です。計算自体はとてもやりやすい部類ですが、結果から得られるものをうまく利用する必要がある設問もあります。

第３問

確率統計に関する問題です。この問題では標本推定の正しい知識とやや細かい計算が求められます。

第４問

数列に関する問題です。この問題に面倒な計算はありませんが後半に論理的な思考が求められるものが用意されています。

第５問

空間ベクトルに関する問題です。こちらには二次式もしくは連立方程式を解くような面倒な計算が求められます。