解答

第１問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア, イ, ウ	**6,3,2**	**2**
エ	**2**	**3**
オ, カ, キク	**2,5,18**	**3**
ケ, コサ, シス	**6,17,18**	**3**
セ	**6**	**1**
ソタ, チツ	**11,18**	**3**

第２問 (15)		
解答欄	解答	配点
ア	**3**	**3**
イ	**1**	**2**
ウエオカ	**0402**	**2**
キ, クケ	**3,60**	**2**
コ	**3**	**3**
サシ	**16**	**3**

第３問 (22)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	**6,6**	**2**
ウエ	**-1**	**2**
オ, カ	**2,3**	**2**
キ	**0**	**2**
クケ	**-1**	**1**
コ, サ	**0,0**	**1**
シ, ス	**0,1**	**1**
セ	**3**	**2**
ソ, タ	**3,0**	**2**
チ, ツ	**2,0**	**2**
テ, ト	**0,0**	**2**
ナ	**2**	**3**

第４問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア	**2**	**2**
イ, ウ	**5,5**	**3**
エ, オ, カ, キ	**2,1,1,2**	**3**
ク, ケ	**2,1**	**2**
コ	**2**	**3**
サ, シ	**6,1**	**3**

第５問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア	**6**	**2**
イ, ウ	**0,5**	**3**
エ	**6**	**1**
オ	**3**	**2**
カ	**5**	**2**
キ	**2**	**2**
ク	**1**	**2**
ケコサシ	**1094**	**2**

第６問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	**5,8**	**2**
ウ, エ, オ	**0,3,0**	**2**
カキク	**610**	**3**
ケ	**7**	**2**
コ	**1**	**2**
サ	**7**	**2**
シ, スセ, ソ	**3,-3,2**	**3**

第７問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア	**1**	**1**
イ	**4**	**2**
ウ, エ, オ	**0,0,5**	**3**
カ, キ, ク, ケコ	**3,5,3,10**	**2**
サ	**2**	**2**
シ	**0**	**2**
ス	**3**	**2**
セ	**4**	**2**

解説

第 1 問

(1)　ア　$\alpha=\beta$ を θ の式に置き換えると $\theta+\dfrac{\pi}{6}=2\theta$ となりますので、$\underline{\theta=\dfrac{\pi}{6}}$ が得られます。

イ, ウ　$\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき $\theta+\dfrac{\pi}{6}=2\theta=\dfrac{\pi}{3}$ ですので、$\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin 2\theta=\sin\dfrac{\pi}{3}=\underline{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ がわかります。

エ　$\sin\alpha$ の値は C(単位円) を利用すると α の動径と C との交点の y 座標として表されます。
したがって、$\sin\alpha$ と $\sin\beta$ の値が等しいことは $_2$$\underline{\text{P の } y \text{ 座標と Q の } y \text{ 座標が等しい}}$ と言い換えられます。

オ　$\theta\neq\dfrac{\pi}{6}$ ですので $\alpha\neq\beta$ となります。したがって $0\leq\beta\leq\pi$ の範囲では $\sin\alpha=\sin\beta$ ならば $\beta=\pi-\alpha$ すなわち $_2\underline{\alpha+\beta=\pi}$ がわかります。

カ〜ク　$\alpha+\beta=\pi$ を θ の式にすると $\theta+\dfrac{\pi}{6}+2\theta=\pi$ ですので $\underline{\theta=\dfrac{5}{11}\pi}$ がわかります。

ケ　$\pi<\beta<2\pi$ ならば $\sin\alpha=\sin\beta$ が成り立つとき $\alpha=\pi+\phi, \beta=2\pi-\phi$ とおけるような ϕ が存在することになります。この両辺の和をとることで $_6\underline{\alpha+\beta=3\pi}$ が得られます。

コ〜ス　同様に $\theta+\dfrac{\pi}{6}+2\theta=3\pi$ から変形することで $\underline{\theta=\dfrac{17}{18}\pi}$ がわかります。

(2)　セ　(1) の α, β を利用すると $\alpha=\beta$ ならば $\cos\alpha=\cos\beta$ が成り立ちますので、こちらでも $\underline{\theta=\dfrac{\pi}{6}}$ が解であることがわかります。

ソ〜ツ　$\alpha\neq\beta$ のときは $0\leq\beta<2\pi$ より $\alpha=\pi-\phi, \beta=\pi+\phi$ となるような ϕ が存在します。この両辺の和をとることで $\alpha+\beta=2\pi$ が得られます。
これより $\theta+\dfrac{\pi}{6}+2\theta=2\pi$ となり、変形することで $\underline{\theta=\dfrac{11}{18}\pi}$ が得られます。

第２問

(1) ア 水草 A は 1 日で r 倍になる、としていますので、3 日では r^3 倍になります。したがって ${}_3\underline{r^3 = 1.32}$が わかります。

イ 常用対数表から 1.32 の常用対数表を探すには数 1.3 の行の列 2 をみます。すると $\log_{10} 1.32 ={}_1\underline{0.1206}$ がわかります。

ウ〜カ ここから $\log_{10} r^3 = 0.1206$ がわかります。$\log_{10} r^3 = 3\log_{10} r$ より $3\log_{10} r = 0.1206$ ですので $\log_{10} r = \dfrac{0.1206}{3} = \underline{0.0402}$ が得られます。

(2) キ r は 1 日での増加比率 (1 日で r 倍) でしたので、14 日たつと a%の ${}_3\underline{r^{14}}$倍となります。

クケ a%の r^{14} 倍を 60%にしたいですので $a \times r^{14} = \underline{60}$ が成り立ちます。

コ 常用対数をとると $\log_{10}(a \times r^{14}) = \log_{10} 60$ であり、それぞれの両辺を整理すると
$\log_{10} a + 14\log_{10} r = 1 + \log_{10} 6$ です。
これより $\log_{10} a = 1 + 0.7782 - 14 \times 0.0402 ={}_3\underline{1.2154}$がわかります。

サシ 常用対数表で $\log_{10} 1.60 = 0.2041$、$\log_{10} 1.70 = 0.2304$ ですので、$1+\log_{10} 1.6 < \log_{10} a < 1+\log_{10} 1.70$ がわかります。
したがって $\log_{10} 16 < \log_{10} a < \log_{10} 17$ より $16 < a < 17$ がわかりますので、a 以下の最大の整数は $\underline{16}$となります。

第３問

(1)

ア, イ　x^3, x^2 の x としての導関数はそれぞれ $3x^2, 2x$ ですので、$f(x) = 2 \cdot (3x^2) + 3 \cdot (2x) = \underline{6x^2 + 6x}$ となります。

ウエ　$f(x) = 6x(x+1)$ と変形できますので、この値が正から負に変わる $\underline{x = -1}$ で $F(x)$ は極大値をとります。

オ, カ　$G(x)$ の導関数は $F(x)$ の導関数でもありますので、$G(x)$ と $F(x)$ の差は定数になります。したがって x による部分は変わりませんので、C を積分定数として $\underline{G(x) = 2x^3 + 3x^2 + C}$ となります。

キ　$G(x)$ の導関数が $F(x)$ の導関数と一致することから、極小値をとる x も等しくなります。すなわち $G(x)$ は $\underline{x = 0}$ で極小値をとります。

ク　同様に $G(x)$ は $x = -1$ で極大値をとることがわかりますので、$G(-1) = 0$ がわかります。
$G(-1) = 2 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 + C = -2 + 3 + C = C + 1$ ですので、$\underline{C = -1}$ が得られます。

(2)　コ　$F(x)$ が $x = 0$ で極小値をとることから、$\underline{f(0) = 0}$ がわかります。

サ　極小値をとる前後では、導関数 $f(x)$ の符号は $_0$<u>負から正に変わります</u>。

シ　$G(x)$ が $x = k$ で極大値をとることから、$\underline{f(k) = 0}$ がわかります。

ス　極大値をとる前後では、導関数 $f(x)$ の符号は $_1$<u>正から負に変わります</u>。

セ　極小値が 0 であること、極大値をとる x が極小値をとる x より大きいこと、また $f(x)$ が 2 次関数なので $f(x) = 0$ となる x は $x = 0, k$ に限られることから、<u>選択肢 3</u>のグラフがあてはまります。

(3)ソ, タ　$F(x)$ の導関数が $f(x)$ であることから、$F(x) - F(\alpha) = \int_\alpha^x f(t)dt$ が成り立ちます。
$F(0) = 0$ も条件でしたので、$\alpha = 0$ とすることで $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ であることがわかります（ソ:$_3\underline{x}$、タ:$_0\underline{0}$）。

チ, ツ　$F(x)$ の極大値は $F(k)$ ですので、$\int_0^k f(t)dt$ と表せます（チ:$_2\underline{k}$、ツ:$_0\underline{0}$）。

テ, ト　$F(x)$ が $x = 0$ で極小、$x = k$ で極大となりますので、$0 \leq x \leq k$ において $f(x) \geq 0$ となります。
$f(0) = f(k) = 0$ ですので $F(x)$ の極大値は $_0\underline{y = f(x)}$ のグラフと x 軸で囲まれた部分の $_0$<u>面積</u>に等しいです。

ナ　同様に考えると $G(x) - G(\alpha) = \int_\alpha^x f(t)dt$ であり $G(k) = 0$ より $G(x) = \int_k^x f(t)dt$ がわかります。
したがって $G(0) = \int_k^0 f(t)dt = -\int_0^k f(t)dt = -F(k)$ がわかります。すなわち $F(k) = -G(0)$ ですので、$F(x)$ の極大値は $_2\underline{G(x) \text{ の極小値の } -1 \text{ 倍}}$ に等しいことがわかります。

第４問

(1) ア 直線の傾きは x 軸からみた直線とのなす角の正接とみることができます。いま $\angle \mathrm{PAB} = \dfrac{1}{2}\angle \mathrm{CAB} = \dfrac{\theta}{2}$ ですので、${}_2\underline{m = \tan\dfrac{\theta}{2}}$がわかります。

イ 直線 BP は三角形 ABC の頂点 B における外角を二等分しますので、直線 BP と x 軸正方向とのなす角は $\dfrac{1}{2}\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\theta}{2} + \dfrac{\pi}{4}$ です。したがって直線 BP の傾きは ${}_5\underline{\tan\left(\dfrac{\theta}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)}$となります。

ウ 加法定理の等式 $\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$ に $\alpha = \dfrac{\theta}{2}, \beta = \dfrac{\pi}{4}$ を代入すると $\tan\dfrac{\theta}{2} = m, \tan\dfrac{\pi}{4} = 1$ であることから直線 BP の傾きは $\dfrac{1+m}{1-m}$ であることがわかります。

直線 BP は点 $(1,0)$ を通りますので、その式は ${}_5\underline{y = \dfrac{m+1}{1-m}(x-1)}$となります。

エ, オ $m = \dfrac{y}{x+1}$ を代入すると $\dfrac{m+1}{1-m} = \dfrac{\frac{y}{x+1}+1}{1-\frac{y}{x+1}} = \dfrac{y+x+1}{x+1-y}$ より②は $y = \dfrac{y+x+1}{x+1-y}(x-1)$ となりますので、分母をはらい $y(x+1-y) = (y+x+1)(x-1)$ となります。

展開して $xy + y - y^2 = x^2 - 1 + xy - y$ となりますので、整理して$\underline{x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0}$となります。

カ, キ 平方完成を利用して整理すると $x^2 + (y-1)^2 - 1 = 1$ より $x^2 + (y-1)^2 = 2$ となりますので、この方程式が表す図形は中心が$\underline{(0,1)}$、半径が$\underline{\sqrt{2}}$の円になります。

ク m の値は $\tan\dfrac{\theta}{2}$ であり、$0 < \dfrac{\theta}{2} < \dfrac{\pi}{4}$ ですので $\tan 0 < m < \tan\dfrac{\pi}{4}$ すなわち ${}_2\underline{0 < m < 1}$がわかります。

ケ 直線 AP の式から $n = \dfrac{y}{x+1}$ でしたのですなわち $0 < \dfrac{y}{x+1} < 1$ です。

直線 AP が x 軸に垂直にならないことから $x \neq -1$ がわかり、また $x < -1$ ならばこの式は $-1 < y < 0$ となり $y > 0$ の部分にこないことから $x > -1$ が成り立ち、したがって ${}_1\underline{0 < y < x+1}$が得られます。

コ 得られる図形は $y = 0$ の上にきて $y = x+1$ の下にくる領域にきますので、<u>選択肢 2</u>の図があてはまります。

(2) サ E の中心が S 上にきて線分 AB が S の直径であることから E における弧 AB の中心角は $\dfrac{\pi}{2}$ となります。

$\angle\mathrm{APB}$ は E における弧 AB の円周角ですので、$\angle\mathrm{APB} = \dfrac{\pi}{4}$ がわかります。

これより三角形 ABP の B における外角は $\angle\mathrm{PAB} + \dfrac{\pi}{4}$ となります。

したがって直線 BQ と x 軸とのなす角は $\dfrac{1}{2}\cdot\left(\angle\mathrm{PAB} + \dfrac{\pi}{4}\right) = \angle\mathrm{QAB} + \dfrac{\pi}{8}$ となり、傾きは $\tan\left(\angle\mathrm{QAB} + \dfrac{\pi}{8}\right)$ であることがわかります。

(1) と同様に $\tan\angle\mathrm{QAB} = m'$ を利用すると直線 BQ の傾きは ${}_6\underline{\dfrac{m' + \tan\frac{\pi}{8}}{1 - m'\tan\frac{\pi}{8}}}$であることがわかります。

シ m' は直線 AQ の傾きですので、すなわち ${}_1\underline{m' = \dfrac{y}{x+1}}$です。

第 5 問

(1) ア $X_1, \cdots, X_n$ は母平均 m_X からの標本ですので $E(X_1) = \cdots = E(X_n) = m_X$ がわかります。
したがって $E(\overline{X}) = \dfrac{1}{n}(n \cdots m_X) = m_X$ となります。
また $X_1, \cdots, X_n$ は無作為に抽出していますので独立な確率変数です。したがって
$V(\overline{X}) = \dfrac{1}{n^2} \cdot (V(X_1) + \cdots + V(X_n)) = \dfrac{1}{n^2} \cdot (n\sigma^2) = \dfrac{\sigma^2}{n}$ となります。
よって n が十分に大きければ $\overline{X}$ は平均 m_X、分散 $\dfrac{\sigma^2}{n}$ の正規分布、すなわち ${}_6\underline{N\left(m_X, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)}$ に従います。($N(m, v)$ の 2 番目の変数は分散であり、標準偏差でないことに注意)

イ, ウ 正規分布における信頼度 95%の区間を求めるため、$\dfrac{0.95}{2} = 0.475$ となるような z_0 を標準正規分布表から探しましょう。すると $z_0 = 1.96$ がわかります。
すなわち信頼度 95%の区間は平均との差が標準偏差の 1.96 倍以内になる区間となります。
得られた値からは標本の標準偏差から得られる $\overline{X}$ の標準偏差は $\dfrac{750}{\sqrt{100}} = 75$ となりますので、信頼度 95%の信頼区間は $8900 - 1.96 \times 75 \leq m_X \leq 8900 + 1.96 \times 75$ より ${}_0\underline{8753} \leq m_X \leq {}_5\underline{9047}$ となります。
$(75 \times 1.96 = 75 \times (2 - 0.04) = 150 - 3$ を利用すると計算しやすい)

(2) エ $\overline{Y} = \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{X_1}{1100} + \cdots + \dfrac{X_n}{1100}\right) = \dfrac{1}{1100n}(X_1 + \cdots + X_n) = \dfrac{1}{1100}\overline{X}$ が成り立ちますので、
$V(\overline{Y}) = \dfrac{1}{1100^2}V(\overline{X}) = \dfrac{\sigma^2}{1100^2 n}$ がわかります。
したがって $\overline{Y}$ は近似的に正規分布 ${}_6\underline{N\left(m_0, \dfrac{\sigma^2}{1100^2 n}\right)}$ に従います。

オ 同様に $\overline{Y}$ の標準偏差は $\dfrac{75}{1100}$ となりますので、信頼度 95%の信頼区間は
$\dfrac{8900}{1100} - 1.96 \cdot \dfrac{75}{1100} \leq m_0 \leq 8900 + 1.96 \cdot \dfrac{75}{1100}$ より $\dfrac{8753}{1100} \leq m_0 \leq \dfrac{9047}{1100}$ となります。
$\dfrac{8753}{1100} = 7.95 + 0.01 \times \dfrac{800}{1100}$、$\dfrac{9047}{1100} = 8.22 + 0.01 \times \dfrac{500}{1100}$ ですので、選択肢からこの区間にあてはまるものを考えると ${}_3\underline{7.96 \leq m_0 \leq 8.22}$ が適当です。

カ 同様の計算により $a = \dfrac{8900}{c} - 1.96 \cdot \dfrac{75}{c} = \dfrac{8753}{c}$、$b = \dfrac{9047}{c}$ がわかります。
いま c は正の値で考えますので単価が安くなる、すなわち c が小さくなると $\dfrac{1}{c}$ は大きくなり、これより ${}_5$<u>a, b ともに大きくなる</u>ことがわかります。

キ さらに $b - a = \dfrac{294}{c}$ となりますので、単価が安くなると $b - a$ は ${}_2$<u>大きくなる</u>ことがわかります。

ク 信頼区間 $a \leq m_Y \leq b$ が 8 より大きい範囲に含まれるためには最小値が 8 より大きければよいですので、${}_1\underline{a > 8}$ が必要十分です。

ケ〜シ $a = \dfrac{8753}{c}$ ですので $a > 8$ ならば $\dfrac{8753}{c} > 8$、すなわち $c < \dfrac{8753}{8} = 1094 + \dfrac{1}{8}$ となります。
したがって条件をみたす c のうち最大の整数は<u>1094</u>となります。

第６問

(1)ア, イ　T の内部にある格子点で $x=n$ 上にくるものは $(n,1),(n,2),\cdots,(n,3n-1)$ の $3n-1$ 個ですので、$a_n=3n-1$ です。
したがって代入により$\underline{a_2=5, a_3=8}$がわかります。

ウ〜オ　$a_n-a_{n-1}=3$ が成り立ちますので、数列 $\{a_n\}$ は ${}_0$公差が$\underline{3}$の ${}_0$等差数列です。

カ〜ク　T の内部の格子点の個数は項数 20 の数列 $\{a_n\}$ の総和です。末項は $a_{20}=59$ ですのでこれを利用するとその値は $\dfrac{20}{2}\cdot(a_1+a_{20})=10\cdot 61=\underline{610}$ となります。

(2)　ケ　U の内部で直線 $x=k$ 上にある格子点は $(k,1),(k,2),\cdots,(k,2^k-1)$ の ${}_7\underline{2^k-1}$個です。

コ　直線 $x=k$ が U の内部と共通部分をもつ整数 k は $k=1,2,\cdots,n$ です。したがって格子点の個数は ${}_1\underline{\sum_{k=1}^{n}}(2^k-1)$ で計算できます。

サ　計算すると $2\cdot\dfrac{2^n-1}{2-1}-n={}_7\underline{2^{n+1}-n-2}$となります。

(3)

シ〜ソ　V の内部で直線 $x=k$ 上にある格子点の数を $\{b_k\}$ とおきます。
直線 $x=k$ が V の内部と共通部分をもつような整数は $k=1,2,\cdots,n$ ですので、格子点の個数は $\sum_{k=1}^{n}b_k$ と表せます。
問題文の条件よりこの値はすべての自然数において n^3 ですので $\sum_{k=1}^{n}b_k=n^3$ が成り立ちます。
したがって $b_1=1$ であり、$n\geq 2$ ならば $b_n=(\sum_{k=1}^{n}b_k)-\left(\sum_{k=1}^{n-1}b_k\right)=n^3-(n-1)^3=3n^2-3n+1$ がわかります。($3\cdot 1^2-3\cdot 1+1=1$ なので b_1 もまとめられる)
一方で、放物線の概形を考えてみましょう。
$a>0$ ですので $ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2+\dfrac{4ac-b^2}{4a}$ となり、$b^2-4ac<0$ ですので ax^2+bx+c は x によらず正の値となります。
また a,b,c は整数ですので x が整数ならば ax^2+bx+c も整数となり、すなわち $ak^2+bk+c=1$ なら $b_k=0$、$ak^2+bk+c\geq 2$ ならば $b_k=ak^2+bk+c-1$ となります。($ak^2+bk+c=1$ でも同じ式になるので、結局まとめられる)
したがってすべての自然数 n において $3n^2-3n+1=an^2+bn+(c-1)$ が成り立ちますので、係数を比較することで$\underline{a=3, b=-3, c=2}$がわかります。
(多項式の公式 $\sum_{k=1}^{n}k^2=\dfrac{2n^3+3n^2+1}{6}, \sum_{k=1}^{n}k=\dfrac{n^2+n}{2}$ から計算して比較するのもあり)

第 7 問

(1) ア S は中心 O で半径 1 の球ですので、S 上の点はすべて O との距離が 1 です。したがって C が S 上にあるならば $|\overrightarrow{\mathrm{OC}}| = 1$ より $\underline{|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|^2 = 1}$ がわかります。

イ 三角形 OAC と OAB は OB = OC = 1、AC = AB より合同です。
内積の性質から $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = |\overrightarrow{\mathrm{OA}}||\overrightarrow{\mathrm{OC}}| \cos\angle\mathrm{AOC}$ であり、対応する等しいものに書き換えるとこの値は $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}||\overrightarrow{\mathrm{OB}}| \cos\angle\mathrm{AOB}$ に等しいことがわかります。
したがって $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} =_4 \underline{\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}}$ がわかります。

ウ 上記を成分で計算すると $1 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z = 1 \cdot a + 0 \cdot \sqrt{1-a^2} + 0 \cdot 0$ より $_0\underline{x = a}$ が得られます。

エ, オ 成分計算により $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = a \cdot x + \sqrt{1-a^2} \cdot y + 0 \cdot z$ であり、これが $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = a$ に等しいことから $_0\underline{ax} +_5 \underline{\sqrt{1-a^2}y} = a$ であることがわかります。
(なお、ここまで出た関係式をみたすならば $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \mathrm{CA} = \sqrt{2(1-a)}$ が成り立つ)

(2)

カ, キ まず②より $x = a$ なので $\underline{x = \dfrac{3}{5}}$ がわかります。

ク〜コ ③より $ax + \sqrt{1-a^2}y = a$ であり、$1 - a^2 = \dfrac{16}{25} = \left(\dfrac{4}{5}\right)^2$ ですので、
代入により $\dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{3}{5} + \dfrac{4}{5}y = \dfrac{3}{5}$ となりますので、ここから $\underline{y = \dfrac{3}{10}}$ がわかります。

サ ここから $x^2 + y^2 = \dfrac{9}{25} + \dfrac{9}{100} = \dfrac{45}{100} = \dfrac{9}{20}$ ですので①より $z^2 = \dfrac{11}{20}$ がわかり、すなわち $z = \pm\dfrac{\sqrt{11}}{2\sqrt{5}}$ より、①をみたす実数 z は $_2$<u>2 つだけある</u>ことがわかります。

シ $a = -\dfrac{3}{5}$ のときは、同様に計算して $x = -\dfrac{3}{5}$、$1 - a^2 = \dfrac{16}{25} = \left(\dfrac{4}{5}\right)^2$ より $\left(-\dfrac{3}{5}\right) \cdot \left(-\dfrac{3}{5}\right) + \dfrac{4}{5}y = -\dfrac{3}{5}$ となり $y = -\dfrac{6}{5}$ がわかります。
これより $x^2 + y^2 = \dfrac{9}{5}$ となり $z^2 = -\dfrac{4}{5}$ が得られますので、条件をみたす z は存在せず、すなわちそのような点 C は $_0$<u>ない</u>ことがわかります。

(3) ス 順番に計算すると②から $x = a$ であり、③に代入することで $a^2 + \sqrt{1-a^2}y = a$ より $y = \dfrac{a(1-a)}{\sqrt{1-a^2}}$ がわかります。
したがって①より
$z^2 = 1 - x^2 - y^2 = 1 - a^2 - \dfrac{a^2(1-a)^2}{1-a^2} = 1 - a^2 - \dfrac{a^2(1-a)}{1+a} = \dfrac{(1-a^2)(1+a) - a^2(1-a)}{1+a}$
となります。
$(1-a^2)(1+a) - a^2(1-a) = (-a^3 - a^2 + a + 1) - (-a^3 + a^2) = -2a^2 + a + 1 = (1-a)(1+2a)$ ですので、$_3\underline{z^2 = \dfrac{(1+2a)(1-a)}{1+a}}$ がわかります。

セ z が存在する条件が $(1+2a)(1-a) \geq 0$ であることがわかりました。この式を利用することで $-\dfrac{1}{2} \leq a \leq 1$ が得られます。
a は $0 < a < 1$ の範囲で変化できますので、求める条件はこれと合わせて $_4\underline{-\dfrac{1}{2} \leq a < 1}$ となります。

所感

マークの手間はありますが、解きやすい問題が多いです。選択問題で第７問を選ぶと時間を食いそうです。

第１問

三角関数の問題です。関数の増減をイメージすればうまくいくはずです。

第２問

指数対数関数の問題です。表の読み方や範囲の評価がわかってれば問題ないでしょう。

第３問

関数の微積分に関する問題です。微分の基本的な理解、積分との関係をおさえていけば最後までいけます。

第４問

図形と式に三角関数を取り入れた問題です。平面幾何の知識も取り入れて挑みましょう。

第５問

統計処理に関する問題です。正規分布の記号表記と簡単な計算の工夫ができるかが得点を左右します。

第６問

数列に関する問題です。面倒な計算をする一般項はありませんが、変な勘違いでの減点には気を付けましょう。

第７問

ベクトルを利用した問題です。少々面倒な計算を要します。