解答

第１問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア	2	1
イ, ウ	2,4	2
エ, オ	a,5	3
カ, キ	0,8	2
ク, ケ	1,6	2
コ	1	1
サ, シ	1,5	2
ス, セ, ソ	1,6,1	2
タ	8	2
チ	b	2
ツ	6	3
テ, ト	0,5	3
ナニヌ	360	2
ネ	9	3

第２問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	3,6	2
ウ, エ	0,6	2
オ, カ	2,2	2
キ, ク	5,3	2
ケ, コ	3,2	2
サシ, ス	-1,2	2
セ, ソ	0,1	2
タ, チ	1,2	2
ツテ, ト	21,4	4
ナ	0	3
ニ	4	3
ヌ	3	4

第３問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア	1	2
イ, ウ	4,9	3
エ, オ	2,3	3
カ	3	2
キ	0	2
ク	0	3
ケ	1	5

第４問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	2,4	1
ウ, エ	2,8	1
オ	2	2
カ	7	2
キ	0	2
ク, ケコ, サ, シ	4,-1,2,4	2
ス, セ, ソタ, チ, ツ, テ	4,3,-1,2,8,3	3
ト	0	2
ナ	0	2
ニ	7	3

第５問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	2,0	2
ウ, エ	7,4	2
オ	1	3
カ	2	2
キ	4	2
ク	1	2
ケ	3	2
コ, サ, シ, ス, セ	5,2,1,2,1	3
ソ	6	2

解説

第 1 問

[1]

(1) ア $\log_a b$ とは $a^t = b$ となるような実数 t の値ですので、$t = \log_3 x$ ならば $3^t = x$ すなわち ${}_2\underline{x = 3^t}$が成り立ちます。

イ, ウ 代入により $\log_2 x = \log_2(3^t) = {}_2\underline{t\log_2 3}$がわかり、すなわち ${}_4\underline{t = \dfrac{\log_2 x}{\log_2 3}}$がわかります。

(2)

エ, オ 前の問題で $\log_3 x = \dfrac{1}{\log_2 3}\log_2 x$ が得られましたので

$f(x) = \log_2 x + \dfrac{1}{\log_2 3}\log_2 x = \left(1 + \dfrac{1}{\log_2 3}\right)\log_2 x$ より $A = {}_{\mathrm{a}}\underline{1 + \dfrac{1}{\log_2 3}}$、

$g(x) = (\log_2 x)\cdot\left(\dfrac{1}{\log_2 3}\log_2 x\right) = \dfrac{1}{\log_2 3}(\log_2 x)^2$ より $B = {}_5\underline{\dfrac{1}{\log_2 3}}$がわかります。

カ, キ $AX > BX^2$ を変形すると $BX\left(X - \dfrac{A}{B}\right) < 0$ となります。

$\dfrac{A}{B} = \dfrac{1 + \frac{1}{\log_2 3}}{\frac{1}{\log_2 3}} = \log_2 3 + 1 > 0$ であり、$B > 0$ なので条件をみたす X の範囲は

${}_0\underline{0} < X < {}_8\underline{1 + \log_2 3}$となります。

ク, ケ $1 + \log_2 3 = \log_2 2 + \log_2 3 = \log_2 6$、$0 = \log_2 1$ ですので $\log_2 1 < \log_2 x < \log_2 6$ となります。

よって底が 1 より大きいことから$\underline{1 < x < 6}$が求める範囲となります。

コ 同様に考えると $\log_{\frac{1}{2}} x = \dfrac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{2}} = \dfrac{\log_2 x}{-1} = {}_1\underline{-\log_2 x}$と変形できます。

サ, シ 同様に $\log_{\frac{1}{3}} x = -\log_3 x$ ですので、

$F(x) = -\log_2 x - \log_3 x = -(\log_2 x + \log_3 x) = {}_1\underline{-f(x)}$、

$G(x) = (-\log_2 x)\cdot(-\log_3 x) = (\log_2 x)\cdot(\log_3 x) = {}_5\underline{g(x)}$がわかります。

ス〜ソ ここから $F(x) > G(x)$ は $-f(x) > g(x)$ と変形できますのでここまで出た A, B, X を利用すると $-AX > BX^2$ となり、すなわち $BX\left(X + \dfrac{A}{B}\right) < 0$ と変形できます。

$\dfrac{A}{B} = \log_2 6 > 0$ でしたのでこれをみたす X は $-\log_2 6 < X < 0$ であることがわかります。

すなわち $\log_2 \dfrac{1}{6} < \log_2 x < \log_2 1$ より$\underline{\dfrac{1}{6} < x < 1}$が求める範囲となります。

[2]

(1) タ 加法定理または倍角公式により 8$\underline{\sin 2x = 2\sin x\cos x}$がわかります。

チ それぞれ計算すると $\dfrac{\sin 2x}{\cos^2 x} = \dfrac{2\sin x\cos x}{\cos^2 x} = 2\dfrac{\sin x}{\cos x} = 2\tan x$、

$\dfrac{\cos 2x}{\cos^2 x} = \dfrac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 - \left(\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)^2 = 1 - \tan^2 x$ となりますので、

b$\underline{\tan 2x = \dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}}$がわかります。

ツ $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right) = \dfrac{1}{\tan 2x} = \dfrac{1-\tan^2 x}{2\tan x}$ であり $\dfrac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = \tan x$ ですので

$\dfrac{\tan\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = \dfrac{1-\tan^2 x}{2\tan x}\cdot\tan x =$ 6$\underline{\dfrac{1-\tan^2 x}{2}}$がわかります。

(2)

テ, ト $0 < x < \dfrac{\pi}{4}$ のとき $0 < \tan x < 1$ より $0 < 1 - \tan^2 x < 1$ がわかりますので、

0$\underline{0}$$< \dfrac{\tan\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} <$ 5$\underline{\dfrac{1}{2}}$がわかります。

(3)

ナ〜ヌ $\dfrac{\pi}{2} = 90^\circ$ ですので $\dfrac{\pi}{2} - 2x = 90^\circ - 2x$ がわかり、すなわち $2x = 1^\circ = \dfrac{\pi}{180}$ です。

これより$\underline{x = \dfrac{\pi}{360}}$がわかります。

ネ $x = \dfrac{\pi}{360}$ のとき $x = 0.5^\circ$ ですので $\dfrac{\pi}{2} - x = 89.5^\circ$ です。

(2) の結果により $x = \dfrac{\pi}{360}$ を代入すると $0 < \dfrac{\tan 89^\circ}{\tan 89.5^\circ} < \dfrac{1}{2}$ がわかります。

これより $\tan 89.5^\circ > 2\tan 89^\circ = 114.58$ と計算できますので、$\tan 89.5^\circ$ の値は 9$\underline{110\text{ 以上}}$であることがわかります。

第２問

(1)ア, イ　$(x^3)' = 3x^2, (x^2)' = 2x$ などから $\underline{f'(x) = 3x^2 - 6x}$ となります。

ウ, エ　$f'(x) = 3x(x-2)$ と因数分解できますので $0 < x < 2$ で $f'(x) < 0$、$x < 0$ と $2 < x$ で $f'(x) > 0$ となります。

極大値は $f'(x)$ が正から負に変わる値でとりますので、すなわち $\underline{x = 0}$ のときにとり、その値は $f(0) = \underline{6}$ となります。

オ, カ　極小値は $f'(x)$ が負から正に変わる値でとりますので、$\underline{x = 2}$ のときにとります。またその値は $f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 6 = \underline{2}$ となります。

キ, ク　$3 \leq x \leq 5$ の範囲では $f'(x) > 0$ となりますので、x が大きいほど $f(x)$ も大きくなります。

したがってこの範囲では $\underline{x = 5}$ のときに最大値、$\underline{x = 3}$ のときに最小値をとります。

ケ, コ　$1 \leq x \leq 3$ の範囲では $x = 2$ で減少から増加にかわりますので、このときに最小となります。

また最大値をとる可能性がある値は $x = 1, 3$ のいずれかであることもわかります。

$f(1) = 4, f(3) = 6$ ですので、$\underline{x = 3}$ で最大値、$\underline{x = 2}$ で最小値をとることがわかります。

(2)

サ〜ス　$x = t + 1$ で最大、$x = t$ で最小となる場合、$f'(t) \geq 0, f'(t+1) \geq 0$ である必要があります。

$f'(x) \geq 0$ となる x は $x \leq 0$ と $2 \leq x$ でしたので $t \leq 0, 2 \leq t+1$ または $t \leq t+1 \leq 0$ または $2 \leq t \leq t+1$ となるような t が求める範囲となります。

これらより $t \leq -1, 2 \leq t$ となり、この範囲では $t \leq x \leq t+1$ で $f'(x) \geq 0$ が成り立ちますので、$f(x)$ はその範囲で単調増加となります。

これより、条件をみたす範囲は $\underline{t \leq -1, 2 \leq t}$ となります。

セ, ソ　$x = t$ で最大、$x = t+1$ で最小となる場合、$f'(t) \leq 0, f'(t+1) \leq 0$ である必要があります。

$f'(x) \leq 0$ となる x は $0 \leq x \leq 2$ でしたので $0 \leq t \leq t+1 \leq 2$ となる t が求める範囲です。

これより $0 \leq t \leq 1$ となり、この範囲では $t \leq x \leq t+1$ で $f'(x) \leq 0$ が成り立ちますので、$f(x)$ はその範囲で単調減少となります。

これより、条件をみたす範囲は $\underline{0 \leq t \leq 1}$ であることがわかります。

タ, チ　$f(t+1) = (t+1)^3 - 3(t+1)^2 + 6 = (t^3 + 3t^2 + 3t + 1) - 3 \cdot (t^2 + 2t + 1) + 6 = t^3 - 3t + 4$ となりますので

$0 \leq t \leq 1$ のとき $M(t) - m(t) = f(t) - f(t+1) = (t^3 - 3t^2 + 6) - (t^3 - 3t + 4) = -3t^2 + 3t + 2$ となります。

平方完成を利用すると $M(t) - m(t) = -3\left(t - \dfrac{1}{2}\right)^2 + 2 + \dfrac{3}{4}$ と変形できますので、$\underline{t = \dfrac{1}{2}}$ のときにこの値が最大となることがわかります。

(3)

ツ〜ト　$0 \leq x \leq 1$ において $f(x)$ は単調減少であり、$f(1) > 0$ ですので求める面積は $\int_0^1 f(t)dt$ で表せます。

x^4 の $x = t$ における微分係数は $\dfrac{(t+h)^4 - t^4}{h}$ を $h \neq 0$ で考えたうえで h を 0 に近づけることで計算できます。

$(t+h)^4 = t^4 + 4t^3h + 6t^2h^2 + 4th^3 + h^4$ ですので $\dfrac{(t+h)^4 - t^4}{h} = 4t^3 + 6t^2h + 4th^2 + h^3$ がわかり、したがって微分係数は $4t^3$ であることがわかります。

これはすなわち $(x^4)' = 4x^3$ であり、逆をいうと x^3 の原始関数が積分定数を C として $\dfrac{x^4}{4} + C$ と表せることになります。

これを利用すると求める面積は
$\int_0^1 f(t)dt = \left[\frac{t^4}{4} - t^3 + 6t\right]_0^1 = \frac{1}{4} - 1 + 6 = \underline{\frac{21}{4}}$ と計算できます。
(同様に二項定理を応用すると n が正の整数のときに $(x^n)' = nx^{n-1}$ であること、x^n の原始関数が積分定数を C として $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ と表せることが導けます)

(4) ナ $f(x) - g(x) = (x^3 - 3x^2 + 6) - (x^3 - 6x^2 + 6x + 2) = 3x^2 - 6x + 4 = 3(x-1)^2 + 1 \geq 1$ ですので
$f(x) - g(x)$ は ${}_{0}$<u>つねに正の値をとる</u>ことがわかります。

ニ このため $y = f(x)$ のグラフは $y = g(x)$ のグラフの上側にあり、共有点をもたないことがわかります。
したがって求める面積も ${}_{4}\underline{\int_r^{r+1}\{f(x) - g(x)\}dx}$で表せることがわかります。

ヌ $0 \leq r \leq 1$ のときは $f(r) = M(r), f(r+1) = m(r)$ でしたので、この範囲では $S = 4 - \{M(r) - m(r)\}$ と表せます。
またこの範囲では $M(r) - m(r)$ は増加してから減少することがわかっていますので、$-\{M(r) - m(r)\}$ は増減が逆になることから
S は ${}_{3}$<u>減少してから増加する</u>ことがわかります。

第３問

(1) ア $f(p)$ は「はい」を選ぶ人の組合せ、選んだ人が「はい」と回答する確率、選んでいない 2 人が「いいえ」と回答する確率の積ですので、
$f(p) = {}_3\underline{\mathrm{C}_1}p(1-p)^2$ と表せます。

イ, ウ 上記の式で $p = \dfrac{1}{3}$ を代入すると $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = 3 \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{\underline{9}}$ がわかります。

(2)

エ, オ $f(p) = 3p^3 - 6p^2 + 3p$ と展開できます。$f\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{2}{9}$ を利用すると
$3f(p) - 3 \cdot \dfrac{2}{9} = \underline{\left(p - \dfrac{2}{3}\right)} \cdot (9p^3 - 12p^2 + 1)$ と変形できます。

(3) カ 現在標本は 100 組のグループですので、X は $B({}_3\underline{100}, q)$ に従うことがわかります。

キ ここでは 3 人のグループから人数を考えますので、Y は $B({}_0\underline{3}, p)$ に従うことがわかります。

ク $E(Y_1)$ などはすべて $B(3,p)$ に従う分布での期待値ですので、その値は ${}_0\underline{3p}$となります。

ケ 正規分布表から、信頼度 95%の信頼区間の幅は標準偏差の 1.96 倍 (面積が $\dfrac{0.95}{2} = 0.475$ となる z_0 の値) であることがわかります。
標本の標準偏差を代用するとその値は $\dfrac{0.90}{\sqrt{100}} = 0.09$ となりますので、信頼区間は
$1.96 - 0.09 \cdot 1.96 \leq 3p \leq 1.96 + 0.09 \cdot 1.96$ です。
計算することで $1.7836 \leq 3p \leq 2.1364$ すなわち $\dfrac{1.7836}{3} \leq p \leq \dfrac{2.1364}{3}$ となりますので、あてはまるものは ${}_1\underline{0.59 \leq p \leq 0.71}$となります。

第４問

(1)ア, イ　Q_1 の y 座標は P_1 の y 座標と等しいですのでその値は 4 です。
また Q_1 は直線 $y = 2x$ 上にくるので x 座標は $4 = 2x$ をみたす x の値、すなわち $x = 2$ です。
したがって Q_1 の座標は$\underline{(2, 4)}$となります。

ウ, エ　P_2 の x 座標は Q_1 の x 座標に等しい値すなわち 2 であり、y 座標は $y = 2 \cdot 2 + 4 = 8$ となることから、P_2 の座標は$\underline{(2, 8)}$となります。

オ　Q_n の y 座標は P_n の y 座標と等しいですので a_n と表せます。
したがって Q_n の x 座標は $a_n = 2x$ をみたす x の値です。
これを変形すると $x = \dfrac{a_n}{2}$ となりますので Q_n の x 座標は ${}_2\underline{\dfrac{1}{2}a_n}$と表せます。

カ　P_{n+1} は直線 $2x + 4$ 上の点であり、x 座標は $\dfrac{a_n}{2}$ と表せることから $a_{n+1} = 2 \cdot \dfrac{a_n}{2} + 4 ={}_7\underline{a_n + 4}$となります。

キ　これにより $a_{n+1} - a_n = 4$ がわかりましたので $\{a_n\}$ は公差 4 の等差数列であることがわかります。
$a_1 = 4$ ですので $a_n = a_1 + (n-1) \cdot 4 ={}_0\underline{4n}$がわかります。

(2)　ク　b_1 は P_1 の y 座標ですのですなわち$\underline{b_1 = 4}$です。

ケ〜シ　P_n の y 座標を b_n としていますのでまず Q_n の y 座標が b_n であるとわかります。
したがって Q_n の x 座標は $b_n = 2x$ をみたす x の値ですので $x = \dfrac{b_n}{2}$ となります。
これより P_{n+1} の x 座標は $\dfrac{b_n}{2}$ ですので $b_{n+1} =\underline{-\dfrac{1}{2}b_n + 4}$がわかります。

ス〜テ　等比数列に変形できないかを考えるため、$b_{n+1} - \alpha = -\dfrac{1}{2}(b_n - \alpha)$ となるような α を求めましょう。
展開すると $b_{n+1} = -\dfrac{1}{2}b_n + \dfrac{3}{2}\alpha$ となりますので、$\dfrac{3}{2}\alpha = 4$ となるような α を求めることになります。
計算すると $\alpha = \dfrac{8}{3}$ となりますので、すなわち $b_{n+1} - \dfrac{8}{3} = -\dfrac{1}{2}\left(b_n - \dfrac{8}{3}\right)$ がわかります。
したがって数列 $\left\{b_n - \dfrac{8}{3}\right\}$ は初項 $4 - \dfrac{8}{3} = \dfrac{4}{3}$、公比 $-\dfrac{1}{2}$ の等比数列ですので
$b_n - \dfrac{8}{3} = \dfrac{4}{3} \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ すなわち$\underline{b_n = \dfrac{4}{3} \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} + \dfrac{8}{3}}$がわかります。

ト　$n \geq 1$ において P_n の y 座標と Q_n の y 座標は b_n で表せています。
$n = 0$ を代入すると $b_0 = 0$ となるので、Q_0 でもあてはまることがわかります。
これより Q_{n-1} と P_n を結ぶ線分の長さは $c_n = |b_n - b_{n-1}|$ となります。
一方、Q_n の x 座標は $\dfrac{b_n}{2}$ であり、P_n の x 座標は Q_{n-1} の x 座標に等しい $\dfrac{b_{n-1}}{2}$ ですので
$d_n = \left|\dfrac{b_n}{2} - \dfrac{b_{n-1}}{2}\right| = \dfrac{1}{2}|b_n - b_{n-1}|$ がわかります。
したがって ${}_0\underline{d_n = \dfrac{1}{2}c_n}$が成り立つことがわかります。

ナ　$c_{n+1} = |b_{n+1} - b_n| = \left|\left(-\dfrac{1}{2}b_n + 4\right) - \left(-\dfrac{1}{2}b_{n-1} + 4\right)\right| = \left|\dfrac{b_{n-1}}{2} - \dfrac{b_n}{2}\right| = \dfrac{1}{2}|b_n - b_{n-1}|$ と計算できますので、${}_0\underline{c_{n+1} = \dfrac{1}{2}c_n}$が成り立ちます。

ニ　$c_{n+1} = \dfrac{1}{2}c_n$ がわかりましたので $\{c_n\}$ は初項 4、公比 $\dfrac{1}{2}$ の等比数列です。
また $c_n + d_n = c_n + \dfrac{1}{2}c_n = \dfrac{3}{2}c_n$ ですので

$S_n = (c_1 + d_1) + \cdots + (c_n + d_n) = \sum_{k=1}^{n}(c_n + d_n) = \sum_{k=1}^{n}\left(\dfrac{3}{2}c_n\right) = \dfrac{3}{2}\sum_{k=1}^{n} c_n$

$= \dfrac{3}{2} \cdot 4 \cdot \dfrac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}}$

$= 6 \cdot \dfrac{1}{\frac{1}{2}}\left\{1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right\} =_7 \underline{12\left\{1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right\}}$がわかります。

第５問

(1)　ア　P は線分 OA を $(1-t):t$ に内分しますので $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1-t}{(1-t)+t}\overrightarrow{\mathrm{OA}} ={}_{2}\underline{(1-t)\vec{a}}$となります。

イ　Q は線分 OB を $t:(1-t)$ に内分しますので $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \dfrac{t}{t+(1-t)}\overrightarrow{\mathrm{OB}} ={}_{0}\underline{t\vec{b}}$となります。

ウ, エ　R は線分 PQ を $t:(1-t)$ に内分しますので $\overrightarrow{\mathrm{OR}} = (1-t)\overrightarrow{\mathrm{OP}} + t\overrightarrow{\mathrm{OQ}} ={}_{7}\underline{(1-t)^2\vec{a}}+{}_{4}\underline{t^2\vec{b}}$となります。

(2)　オ　$t=\dfrac{1}{3}$ のとき、$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \dfrac{4}{9}\vec{a}+\dfrac{1}{9}\vec{b}$ となります。
図 1 では O から A に向かって最初の破線にぶつかるまでの部分が $\dfrac{1}{9}\vec{a}$、O から B に向かって最初の破線にぶつかるまでの部分が $\dfrac{1}{9}\vec{b}$ ですので、OA の方向に破線 4 本目まで進め、さら OB の方向に破線 1 本目まで進んだ点である ${}_{1}\underline{\mathrm{R}_1}$が該当することがわかります。
(最初の条件にしたがって P,Q を打って探すことでも確かめられます)

(3)　カ　$\angle\mathrm{COB} < \angle\mathrm{AOB} < 90^\circ$ ですので、参考図の通り $\angle\mathrm{BOD} = 90^\circ - \angle\mathrm{COB}$ となります。
したがって C,B,D はこの順に並びますので $\overrightarrow{\mathrm{BD}} = k\overrightarrow{\mathrm{CB}}$ がわかります。
$\overrightarrow{\mathrm{CB}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{b} - (\vec{a}+\vec{b}) = -\vec{a}$ ですので、
$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{BD}} = \vec{b} + k(-\vec{a}) ={}_{2}\underline{-k\vec{a}+\vec{b}}$となります。

キ　直線 OC と直線 OD が垂直に交わることから $\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}} = 0$ がわかります。
$\vec{a},\vec{b}$ を使って代入すると $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{b}-k\vec{a}) = 0$ となります。左辺を計算すると
$-k|\vec{a}|^2 + (1-k)\vec{a}\cdot\vec{b} + |\vec{b}|^2 = (\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2) - k(|\vec{a}|^2+\vec{a}\cdot\vec{b})$ となりますので、
${}_{4}\underline{k = \dfrac{|\vec{b}|^2+\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2+\vec{a}\cdot\vec{b}}}$がわかります。

ク　$\vec{b}$ の係数を 0 にすることを考えると $\vec{c}-\vec{d} = (1+k)\vec{a}$ とできますので ${}_{1}\underline{\vec{a} = \dfrac{1}{k+1}(\vec{c}-\vec{d})}$がわかります。

ケ　同様に $k\vec{c}+\vec{d} = (1+k)\vec{b}$ とできますので ${}_{3}\underline{\vec{b} = \dfrac{1}{k+1}(k\vec{c}+\vec{d})}$がわかります。

コ〜セ　$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = t^2\vec{a} + (1-t)^2\vec{b}$ でしたので
$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \dfrac{(1-t)^2}{k+1}(\vec{c}-\vec{d}) + \dfrac{t^2}{k+1}(k\vec{c}+\vec{d}) = \dfrac{kt^2+(1-t)^2}{k+1}\vec{c} + \dfrac{(t^2-(1-t)^2}{k+1}\vec{d}$
$= \dfrac{1}{k+1}\{{}_{5}\underline{(k+1)}t^2 - {}_{2}\underline{2}t + {}_{1}\underline{1}\}\vec{c} + \dfrac{1}{k+1}({}_{2}\underline{2}t - {}_{1}\underline{1})\vec{d}$ となります。

ソ　l は直線 OD に一致し、直線 OC は l に垂直になるように設定しています。すなわち R と l との距離は $\left|\dfrac{(k+1)t^2-2t+1}{k+1}\right|\cdot|\vec{c}|$ に等しくなります。
したがってこの値が最小になるのは $|(k+1)t^2-2t+1|$ が最小になるときです。
$(k+1)t^2-2t+1 = (k+1)\left(t-\dfrac{1}{k+1}\right)^2 + 1 - \dfrac{1}{k+1}$ と変形でき、$1-\dfrac{1}{k+1} = \dfrac{k}{k+1} > 0$ が成り立ちますので、${}_{6}\underline{t = \dfrac{1}{k+1}}$で最小になることがわかります。

所感

本試験とかわり、共通問題にも選択問題にも込み入った計算があります。時間が足りなくなる可能性も考慮することになりそうです。

第 1 問

[1]

対数関数を利用した問題です。(1) は底の変換公式を導き出すだけなのでやりやすいですが、(2) はやや面倒な比較がきます。

[2]

三角関数を利用した問題です。少し変わった式で比較していますが、最終的に使いやすい形になっているはずです。

第 2 問

微積分を利用した問題です。標準的な問題の中に x^3 の原始関数を計算したり思わぬ結果を利用したりするので、ここで詰まる人が出てきそうです。

第 3 問

確率統計に関する問題です。基本的な計算ができればなんとかなりそうですが、最後の空欄はこれまで例を見ない配点 5 点が設定されていますので、ここは落としたくないです。

第 4 問

数列に関する問題です。直線の式を利用しており、後半は少し面倒な計算が求められます。

第 5 問

平面ベクトルに関する問題です。係数が二次式になっていたり利用するベクトルの変換をしたりと、変わった計算が多いです。
P の軌跡はは A,O,B を順に制御点とするベジエ曲線となります。