解答

第１問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア	**7**	**2**
イ, ウ	**7,3**	**2**
エオカ	**-56**	**2**
キク	**14**	**2**
ケ, コ, サ	**3,6,0**	**2**
シ	**4**	**4**
ス, セ	**4,0**	**4**
ソ, タ, チ	**7,4,2**	**4**
ツ	**3**	**4**
テ, ト, ナ, ニ	**7,5,0,1**	**4**

第２問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア	**9**	**3**
イ	**8**	**3**
ウエ	**12**	**2**
オ	**8**	**1**
カキ	**13**	**2**
ク, ケ, コ	**3,3,2**	**4**
サ	**8**	**2**
シ	**6**	**2**
ス	**4**	**2**
セ	**0**	**2**
ソ. タチ	**3.51**	**2**
ツ	**1**	**2**
テ	**1**	**3**

第３問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア, イ	**1,2**	**2**
ウ	**6**	**2**
エオ	**14**	**2**
カ, キ	**7,8**	**2**
ク	**6**	**2**
ケ, コ	**2,9**	**2**
サシ	**42**	**2**
スセ	**54**	**2**
ソタ	**54**	**2**
チツ, テトナ	**75,512**	**2**

第４問 (20)		
解答欄	解答	配点
アイウ	**104**	**2**
エオカ	**103**	**3**
キク	**64**	**2**
ケコサシ	**1728**	**3**
スセ, ソ	**64,6**	**3**
タチツ	**518**	**4**
テ	**3**	**3**

第５問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア	**0**	**2**
イ, ウ	**1,4**	**3**
エ, オ	**3,8**	**2**
カ	**5**	**3**
キク, ケ	**45,0**	**3**
コ, サ, シ	**1,0,2**	**4**
ス, セ	**2,2**	**3**

解説

第 1 問

[**1**]

ア　$2\sqrt{13}=\sqrt{2^2\cdot 13}=\sqrt{52}$ ですので $\sqrt{49}<\sqrt{52}<\sqrt{64}$ から $\underline{7}<2\sqrt{13}<8$ がわかります。

イ, ウ　$a=2\sqrt{13}-7, b=\dfrac{1}{a}$ とおくと、$b=\dfrac{1}{2\sqrt{13}-7}=\dfrac{2\sqrt{13}+7}{(2\sqrt{13}-7)(2\sqrt{13}+7)}=\dfrac{2\sqrt{13}+7}{52-49}=\underline{\dfrac{7+2\sqrt{13}}{3}}$ と計算できます。

エ〜カ　$a^2-9b^2=(a+3b)(a-3b)$ と変形して考えます。
$3b=2\sqrt{13}+7$ ですので $a+3b=4\sqrt{13}, a-3b=-14$ となり、これより
$a^2-9b^2=(a+3b)(a-3b)=4\sqrt{13}\cdot(-14)=\underline{-56}\sqrt{13}$ がわかります。

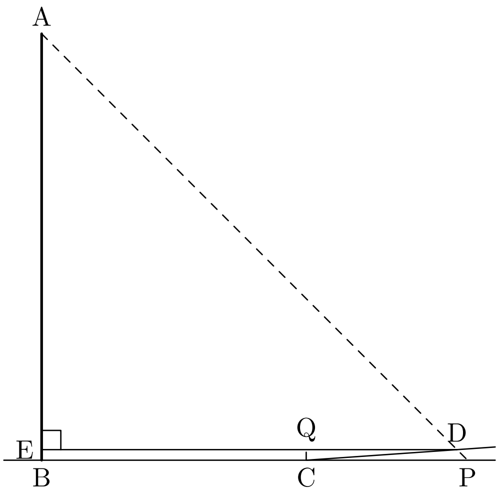
キク　$b=\dfrac{7+2\sqrt{13}}{3}$ と $7<2\sqrt{13}<8$ から $\dfrac{7+7}{3}<b<\dfrac{7+8}{3}$ ですので、$\dfrac{14}{3}<b<\dfrac{15}{3}$ より $\underline{m=15}$ であることがわかります。

ケ　$\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}$ よりすなわち $3<\sqrt{13}<4$ ですので、$\sqrt{13}$ の整数部分は $\underline{3}$ です。

コ, サ　$\dfrac{14}{3}<b<\dfrac{15}{3}$ の逆数をとることで $\dfrac{3}{15}<a<\dfrac{3}{14}$ がわかります。$\dfrac{3}{15}=0.2, \dfrac{3}{14}<0.22$ ですので $2\sqrt{13}=a+7$ より $7.2<2\sqrt{13}<7.22$ となり、これより $3.6<\sqrt{13}<3.61$ が得られます。
すなわち $\sqrt{13}$ の小数第 1 位は $\underline{6}$、小数第 2 位は $\underline{0}$ であることがわかります。

[2]

シ　道路標識で 7%(100m 水平に進むと 7m 高くなる) ということは、傾斜角 $\angle\mathrm{DCP}$ について $\tan\angle\mathrm{DCP} = 0.07$ が成り立つことを意味します。
三角関数表から該当する角度を探すと $\tan 4^\circ < 0.07 < \tan 5^\circ$ がわかりますので、この範囲では角度が大きくなるほど傾斜が大きくなることから $4^\circ < \angle\mathrm{DCP} < 5^\circ$ がわかり、これより$\underline{n = 4}$となります。



ス, セ　C から直線 DE に垂直な直線を引き、直線 DE との交点を Q とします。
すると $\angle\mathrm{CDQ} = \angle\mathrm{DCP}$ であるので $\mathrm{BE} = \mathrm{CQ} = \mathrm{CD}\cdot\sin\angle\mathrm{CDQ} = \underline{4}\times{}_0\underline{\sin\angle\mathrm{DCP}}$がわかります。

ソ〜チ　$\mathrm{DE} = \mathrm{DQ} + \mathrm{QE}$ と分けて計算すると、$\mathrm{DQ} = \mathrm{CD}\cos\angle\mathrm{CDQ}, \mathrm{EQ} = \mathrm{BC}$ なので
$\mathrm{DE} = (\underline{7} + \underline{4}\times{}_2\underline{\cos\angle\mathrm{DCP}})\mathrm{m}$ であることがわかります。

ツ　直線 BC と直線 ED が平行であることから $\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{APB} = 45^\circ$ です。
これより電柱の高さは $\mathrm{AB} = \mathrm{AE} + \mathrm{BE} = \mathrm{AE} + \mathrm{DE}\cdot\tan\angle\mathrm{ADE} = (4\sin 4^\circ) + (7 + 4\cos 4^\circ)\cdot\tan 45^\circ = 4\cdot 0.698 + (7 + 4\cdot 0.9976)\cdot 1 = 11.2696$ となり、小数第 2 位で四捨五入することで ${}_3\underline{11.3}\mathrm{m}$ と求められます。

テ〜ニ　E,Q を前問と同様にとり、順番に計算していきましょう。
まず $\mathrm{DQ} = \mathrm{CD}\cdot\cos\angle\mathrm{DCP}$ より $\mathrm{DE} = \mathrm{BC} + \mathrm{CD}\cos\angle\mathrm{DCP}$ となります。
また $\mathrm{AB} = \mathrm{AE} + \mathrm{BE}$ ですので $\mathrm{AE} = \mathrm{AB} - \mathrm{BE} = \mathrm{AB} - \mathrm{CD}\cdot\sin\angle\mathrm{DCP}$ がわかります。
いま $\angle\mathrm{APB} = 42^\circ$ ですので $\tan 42^\circ = \dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{DE}}$ となり、すなわち $\mathrm{AE} = \mathrm{DE}\tan 42^\circ$ となります。
代入により $\mathrm{AB} - \mathrm{CD}\cdot\sin\angle\mathrm{DCP} = (7 + \mathrm{CD}\cdot\cos\angle\mathrm{DCP})\tan 42^\circ$ となりますので、変形すると
$\mathrm{CD} = (\mathrm{AB} - \underline{7}\times\ {}_5\underline{\tan 42^\circ}) \div ({}_0\underline{\sin\angle\mathrm{DCP}} + {}_1\underline{\cos\angle\mathrm{DCP}}\times\tan 42^\circ)$ となります。

第２問

[1]

(1) ア 台形を 4 つの三角形 APB,OPQ,BQC,PBQ に分割します。
開始時刻から 1 秒後は P は (1,0) にいますので $AP = 6 - 2 = 5$ となります。これより三角形 APB の面積は辺 AP を底辺と考えると $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 15$ がわかります。
またこの時刻では Q は (0,4) にいますので $CQ = 2$ であり、三角形 BQC の面積は $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$ がわかります。
さらに三角形 OPQ の面積が $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2$、台形 OQBC の面積が $\frac{1}{2} \cdot (4+6) \cdot 6 = 30$ ですので、残りの部分である三角形 PBQ の面積は $30 - 15 - 4 - 2 = \underline{9}$ と求められます。

(2) イ 開始時刻から t 秒後の三角形 PBQ の面積を $f(t)$ とおきます。$t \leq 3$ においては Q が進む長さは 6 以下ですので、すなわち C から O に向かっている時間となります。
ここから P の座標は $(t, 0)$、Q の座標は $(0, 6-2t)$ となりますので、
三角形 APB の面積は $\frac{1}{2} \cdot (6-t) \cdot 6 = 18 - 3t$、三角形 BQC の面積は $\frac{1}{2} \cdot (2t) \cdot 4 = 4t$、三角形 OPQ の面積は $\frac{1}{2} \cdot t \cdot (6-2t) = 3t - t^2$ となります。
これより $f(t) = 30 - (18-3t) - 4t - (3t - t^2) = t^2 - 4t + 12 = (t-2)^2 + 8$ となります。
いま $0 \leq t \leq 3$ で考えていますので $t = 2$ は考える範囲に入っており、すなわち最小値は $t = 2$ のときの値である$\underline{8}$であることがわかります。

ウエ いま面積は t の 2 次式で表せてかつ t^2 の係数が正ですので、最大値は両端の値を考えることで求められます。
$f(0) = 12, f(3) = 9$ ですので、最大値は $t = 0$ のときの値である$\underline{12}$であることがわかります。

(3) オ P は $t = 6$ で A に到達しますので、終了時刻は開始時刻から 6 秒後であることがわかります。なので $3 \leq t \leq 6$ での面積を考えましょう。
このとき P の座標は変わらず $(t, 0)$ ですので、三角形 APB の面積は $18 - 3t$ で変わりません。
一方、Q の移動した長さは 6 以上になりますので、この時刻の範囲では Q は O から C に向かう方向に動きます。
$t = 3$ のときに Q の y 座標は 0 で、そこから毎秒 2 の速さで動きますので Q の座標は $(2t-6, 0)$ と表されます。
これより三角形 BQC の面積は $\frac{1}{2} \cdot \{6 - (2t-6)\} \cdot 4 = 24 - 4t$、三角形 OPQ の面積は $\frac{1}{2} \cdot t \cdot (2t-6) = t^2 - 3t$ となります。
よって $3 \leq t \leq 6$ では $f(t) = 30 - (18-3t) - (24-4t) - (t^2 - 3t) = -t^2 + 10t - 12 = -(t-5)^2 + 13$ となります。
この範囲では面積は t^2 の係数が負である 2 次式で表せますので、最小値を求めるには両端の値を考えることになります。
$f(3) = 9, f(6) = 12$ ですので、この範囲での最小値は $f(3) = 9$ となります。
よって全体では $f(2)$ の値が最小値となりますので、その値は$\underline{8}$となります。

カキ $3 \leq t \leq 6$ における $f(t)$ の最大値は $t = 5$ のときの値である 13 です。
この値は $0 \leq t \leq 3$ における $f(t)$ がとりうる値より大きいですので、全体での最大値は $f(5)$ の値である$\underline{13}$であることがわかります。

(4)

ク〜コ $0 \leq t \leq 3$ と $3 \leq t \leq 6$ に分けて検証しましょう。

$0 \leq t \leq 3$ においては $f(t) = (t-2)^2 + 8$ ですので面積が 10 以下すなわち $f(t) \leq 10$ となる場合は、$(t-2)^2 + 8 \leq 10$ より $(t-2)^2 \leq 2$ となる場合ですので $2-\sqrt{2} \leq t \leq 2+\sqrt{2}$ となります。

$1 < \sqrt{2} < 2$ より $0 < 2-\sqrt{2} < 1, 3 < 2+\sqrt{2}$ ですので、この範囲では $2-\sqrt{2} \leq t \leq 3$ において面積が 10 以下になることがわかります。

$3 \leq t \leq 6$ においては $f(t) = -(t-5)^2 + 13$ ですので同様に $-(t-5)^2 + 13 \leq 10$ から $3 \leq (t-5)^2$ となりますので $t \leq 5-\sqrt{3}$ または $t \geq 5+\sqrt{3}$ となります。

$1 < \sqrt{3} < 2$ より $3 < 5-\sqrt{3}, 6 < 5+\sqrt{3}$ ですので、この範囲では $3 \leq t \leq 5-\sqrt{3}$ において面積が 10 以下になります。

よって面積が 10 以下になっている時刻は $2-\sqrt{2} \leq t \leq 5-\sqrt{3}$ をみたす時刻となりますので、その時間は $(5-\sqrt{3}) - (2-\sqrt{2}) = \underline{3-\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 秒であることがわかります。

[**2**]

(1) サ 最頻値は度数が最大の階級値ですので、最も長い棒の区間を探します。すると $_{8}$510 以上 540 未満の階級値が該当することがわかります。

シ 中央値は値の小さいほうから数えて半分のところにある値 (今回は 25 番目と 26 番目の中間) です。さらに足していくと 450 未満は 19 人、480 未満は 35 人となりますので、中央値は $_{6}$450 以上 480 未満の階級にくることがわかります。

ス 今回は中央値が 25 番目と 26 番目の中間ですので、第 1 四分位は小さい方から 25 個の中での中央値である 13 番目の値となります。すなわち 13 番目に速い記録は箱ひげ図で箱の左端として表されます。これをふまえると A では 480 秒、B では 435 秒のあたりにその第 1 四分位がきていることが見てとれます。この差は 45 秒ですので、B で 13 番目に速い記録は A で 13 番目に速い記録より $_{4}$45秒程度速いことがわかります。

セ 四分位範囲は箱ひげ図では箱の幅として表現されます。
A の四分位範囲は 480〜530 のあたりで 50 程度、B の四分位範囲は 435〜485 と 50 程度です。
よってどちらも同じくらいの幅ですので四分位範囲の差の絶対値は $_{0}$0 以上 20 未満といえます。

ソ〜チ ベストタイムを x、平均を m、標準偏差を σ とおくと $x = m + z \times \sigma$ ですので $z = \dfrac{x-m}{\sigma}$ と変形できます。
B の 1 位の値を代入すると $z = \dfrac{454-296}{45} = -\dfrac{158}{45} = -3.51 - \dfrac{5}{45} \cdot 0.01 > -3.515$ ですので、小数第 3 位を四捨五入して $z = -3.51$ となります。

ツ 同様に A の値で z を計算すると $z = \dfrac{376-504}{40} = -\dfrac{128}{40} = -3.2$ となります。
ベストタイムで $376 > 296$ であり、z の値で $-3.2 > -3.51$ ですので、
$_{1}$ベストタイム、z の値いずれも B の 1 位の方が良いといえます。

(2) テ それぞれ検証します。
(a) マラソンと 10000m で比べていますので図 4 をみます。マラソンのベストタイムの速い方は散布図で左側にきていますので、左から 3 つの点をみます。するといずれも 10000m の記録 1670 秒より下にきていますので、これは正しいことがわかります。
(b) 相関が強いとは 2 つの記録の関連のばらつきが小さいということを表します。図 4 より図 5 のほうがばらつきが小さく見えますので、5000m と 10000m の間の相関の方が強いといえ、すなわちこれは誤りだとわかります。
したがって求めるものは $_{1}$(a) 正、(b) 誤となります。

第３問

(1)ア, イ　2 回の試行で A,B がそろう場合は、2 回目に引くカードが 1 回目と異なるものである場合なので、その確率は$\underline{\dfrac{1}{2}}$となります。

ウ　3 回の試行で A,B がそろう場合は、問題で表にあげたほかに A を 2 回 B を 1 回取り出す場合となります。これは問題文にある表の A と B を入れ替えることで数え挙げられますので、やはり 3 通りとなり、合わせると $3+3=\underline{6}$ 通りであるとわかります。

エオ　4 回の試行により考えられるカードの出方は $2^2=16$ 通りあります。これらのうち A,B がそろっていない場合は「4 回とも A」「4 回とも B」の 2 通りですので、A,B がそろっている取り出し方は $16-2=\underline{14}$ 通りとなります。

カ, キ　全体で同様に確からしい 16 通り、A,B がそろっている取り出し方は 14 通りでしたので、その確率は $\dfrac{14}{16}=\underline{\dfrac{7}{8}}$ となります。

(2)　ク　3 回で初めて A,B,C がそろう場合は 3 回ですべて異なるカードを取り出した場合に限られます。すなわち 1 回目は 3 通り、2 回目は 1 回目と異なる 2 通り、3 回目は 2 回と異なる 1 通りとなりますので、その取り出し方は $3\cdot2\cdot1=\underline{6}$ 通りとなります。

ケ, コ　4 回目の試行で初めて A,B,C がそろう場合は 4 回目に取り出したカードを考えることによって計算できます。
4 回目で C を取り出したと仮定すると 3 回目までの試行で A,B がそろっていますので、この場合は (1) の (ii) で挙げた 6 通りとなります。
4 回目のカードを他のものにした場合も同様に 6 通りずつとなりますので、求める確率は $\dfrac{3\cdot6}{3^4}=\underline{\dfrac{2}{9}}$ となります。

サシ　5 回目の試行で初めて A,B,C がそろう場合も同様に 5 回目に取り出したカードを考えて計算しましょう。
5 回目に C を取り出してそろう場合は 4 回目までの試行で A,B をそろえたうえでの場合ですので、これは (1) の (iii) で挙げた 14 通りです。
同様に計算することで取り出し方は $3\cdot14=\underline{42}$ 通りであることがわかります。

(3) スセ　3 回目までで A,B,C だけがそろう取り出し方は 6 通りで、4 回目と 5 回目は D 以外の 3 枚どれを取り出しても問題ないですので、この出し方は $6\cdot3^2=\underline{54}$ 通りとなります。

ソタ　4 回目で初めて A,B,C だけがそろう取り出し方は 18 通りでしたので、5 回目は 3 枚どれでもかまわないことから、この取り出し方は $14\cdot3=\underline{54}$ 通りとなります。

チ〜ナ　あとは 5 回目で初めて A,B,C だけがそろう場合を考えればよいです。この場合は 42 通りであり、6 回目は D に決まりますので、この取り出し方は 42 通りとなります。
これにより 6 回目に初めて D が取り出されることで A,B,C,D がそろう場合は $54+54+42=150$ 通りとなりますので、6 回目のカードがほかの場合 (A,B,C) も考慮すると、その数は $150\cdot4$ 通りとなります。
これより求める確率は $\dfrac{150\cdot4}{4^6}=\underline{\dfrac{75}{512}}$ となります。

第４問

(1)

ア～ウ　$40 = 1 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6 + 4$ と表現できますので、表示は$\underline{104}$となります。

エ～カ　2 進数で $10011_{(2)}$ と表現される値は 10 進数で $1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2 + 1 = 19 = 1 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4 + 3$ となりますので、表示は$\underline{103}$となります。
なお、$4 = 2^2$ を利用すると 2 桁ごとに変換して解く (1/00/11 と分割してそれぞれを 10 進表記に直す) ことも可能です。

(2) キク　T4 は 333 と表示された 1 秒後に 000 になります。これはスタートから $1000_{(4)}$ 秒後に再び 000 と表示されることを意味しますので、その時刻は $1 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4 + 0 = \underline{64}$ 秒後になります。

ケ～シ　T6 も同様に計算すると $6^3 = 216$ 秒で表示が 000 に戻ります。
これより表示が 000 に戻るのは T4 は 64 秒ごと、T6 は 216 秒ごとですので、両方同時に戻るのはこの秒数の公倍数の値になるときです。
$64 = 2^6, 216 = 2^3 \cdot 3^3$ ですので、求める値は $2^6 \cdot 3^3 = \underline{1728}$ 秒となります。

(3) ス～ソ　T4 は 64 秒ごとに 000 に戻りますので、k を固定するとスタートから $64n + k$ 秒後の表示は整数 n によらない値となります。
T4 で 012 と表示される最初の時刻は $12_{(4)}$ 秒すなわち $1 \cdot 4 + 2 = 6$ ですので、$64n + 6$ 秒後の表示が 012 となります。
すなわち l 秒後に 012 と表示されることと l を$\underline{64}$で割った余りが$\underline{6}$であることが同値とわかります。

タ～ツ　同様のことを T3 で考えると、最初に表示が 012 となるのは $1 \cdot 3 + 2 = 5$ 秒後、000 となるのは $3^3 = 27$ 秒ごとですので、スタートから l 秒後に T3 が 012 と表示されることと l を 27 で割った余りが 5 であることが同値とわかります。
したがって両方が同時に 012 と表示されているならば、ある整数 a, b を用いて $m = 27a + 5 = 64b + 6$ が成り立つことがわかります。
互除法を利用して解いてもよいですが、b の値を小さい方から検証するのが速いと思います。
$64 = 2 \cdot 27 + 10$ なのでこれを利用して $64b + 6$ を 27 で割った余りを $b = 1$ から調べていくと 16,26,9,19,2,12,22,5,$\cdots$ となり、$b = 8$ のときに $64b + 6 = 518 = 19 \cdot 27 + 5$ となることがわかります。
すなわち$\underline{m = 518}$のときに T3 と T4 ははじめて両方とも 012 と表示されます。

テ　T6 について同様に考えると最初に 012 と表示されるのは $1 \cdot 6 + 2 = 8$ 秒後で、216 秒ごとにこの表示になります。
したがって T4 と T6 が n 秒後にどちらも 012 と表示されるならばある整数 c, d によって
$n = 64c + 6 = 216d + 8$ となります。
しかし $64c = 8 \cdot (8c), 216d = 8 \cdot (27d)$ ですので $64c + 6$ は 8 で割ったあまりが 6、$216d + 8$ は 8 で割ったあまりが 0 となりますので、c, d が整数ならば $64c + 6$ と $216d + 8$ が等しくなることはありません。
よって正しいものは $_3$T4 と T6 を同時にスタートさせると両方同時に 012 となることはないとなります。

第５問

(1) ア メネラウスの定理を利用することで $\dfrac{\mathrm{QR}}{\mathrm{RD}}\cdot\dfrac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SA}}\cdot{}_0\dfrac{\underline{\mathrm{AC}}}{\mathrm{CQ}}=1$ がわかります。

イ, ウ $\mathrm{AP}:\mathrm{PQ}:\mathrm{QC}=2:3:3$ より $\mathrm{AC}:\mathrm{CQ}=(2+3+3):3=8:3$ であり、$\mathrm{AT}:\mathrm{TS}:\mathrm{SD}=1:1:3$ より $\mathrm{DS}:\mathrm{SA}=3:(1+1)=3:2$ ですので、上の式に代入すると $\dfrac{\mathrm{QR}}{\mathrm{RD}}\cdot\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{8}{3}=1$ となります。
これより $\dfrac{\mathrm{QR}}{\mathrm{RD}}=\dfrac{1}{4}$ となりますので、$\mathrm{QR}:\mathrm{RD}=\underline{1:4}$ がわかります。

エ, オ 同様に三角形 AQD と直線 BE についてメネラウスの定理を利用すると $\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PQ}}\cdot\dfrac{\mathrm{QB}}{\mathrm{BD}}\cdot\dfrac{\mathrm{DT}}{\mathrm{TA}}=1$ がわかります。
$\mathrm{AP}:\mathrm{PQ}=2:3, \mathrm{DT}:\mathrm{TA}=(3+1):1=4:1$ ですのでこれを代入すると $\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\mathrm{QB}}{\mathrm{BD}}\cdot\dfrac{4}{1}=1$ となり、これより $\dfrac{\mathrm{QB}}{\mathrm{BD}}=\dfrac{3}{8}$ すなわち $\mathrm{QB}:\mathrm{BD}=\underline{3:8}$ がわかります。
ここから $\mathrm{QB}:\mathrm{QD}=3:5$ となりますので、$\mathrm{BQ}:\mathrm{QR}:\mathrm{RD}=3:1:4$ が導かれます。

(2) カ P,Q,R,S,T がある円を X とおくと、直線 AP,AT と円 X で方べきの定理を適用することで $\mathrm{AP}\cdot\mathrm{AQ}=\mathrm{AT}\cdot\mathrm{AS}$ が導かれます。
いま $\mathrm{AC}=8$ ですので $\mathrm{AP}=\dfrac{2}{2+3+3}\cdot\mathrm{AC}=2, \mathrm{AQ}=\dfrac{2+3}{2+3+3}\cdot\mathrm{AC}=5$ がわかります。
$\mathrm{AS}=2\mathrm{AT}$ ですので代入により $2\cdot 5=2\mathrm{AT}^2$ となり、これより $\underline{\mathrm{AT}=\sqrt{5}}$ がわかります。

キク $\mathrm{DR}:\mathrm{DQ}=4:5, \mathrm{DR}:\mathrm{BQ}=4:3$ ですので $\mathrm{BQ}=3\sqrt{3}, \mathrm{DQ}=5\sqrt{3}$ となり、
これより $\mathrm{BQ}\cdot\mathrm{DQ}=3\cdot 5\cdot 5=\underline{75}$ となります。

ケ この値を比較することで、${}_0\underline{\mathrm{AQ}\cdot\mathrm{CQ}<\mathrm{BQ}\cdot\mathrm{DQ}}$ がわかります。

コ 線分 AC と BX が延長することで Q で交わる 2 本の弦になりますので、方べきの定理により ${}_1\underline{\mathrm{AQ}\cdot\mathrm{CQ}=\mathrm{BQ}\cdot\mathrm{XQ}}$ となります。

サ 2 つの式を比べることで $\mathrm{BQ}\cdot\mathrm{XQ}<\mathrm{BQ}\cdot\mathrm{DQ}$ となりますので、これに $\dfrac{1}{\mathrm{BQ}}$ をかけることで ${}_0\underline{\mathrm{XQ}<\mathrm{DQ}}$ がわかります。

シ B,Q,X,D がこの順に直線上にきて線分 BX が円の弦であることがわかりましたので、D は円の ${}_2$<u>外部</u>にくることがわかります。

ス 直線 AD と CE が点 S で交わりますので、これらで同様に考えます。3 点 C,D,E を通る円と半直線 SA との交点を Y とおくと方べきの定理により $\mathrm{CS}\cdot\mathrm{SE}=\mathrm{DS}\cdot\mathrm{SY}$ です。
また $\mathrm{CS}\cdot\mathrm{SE}=(3+3)\cdot 3=18, \mathrm{DS}\cdot\mathrm{SA}=3\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}=30$ ですので $\mathrm{CS}\cdot\mathrm{SE}<\mathrm{DS}\cdot\mathrm{SA}$ もわかります。
これより $\mathrm{SA}>\mathrm{SY}$ がわかりますので、A はこの円の ${}_2$<u>外部</u>にくることがわかります。

セ 直線 BD と CE、その交点 R で考えます。3 点 C,D,E を通る円と半直線 RB との交点を Z とおくと同様に $\mathrm{CR}\cdot\mathrm{RE}=\mathrm{DR}\cdot\mathrm{RZ}$ が成り立ちます。
$\mathrm{CR}\cdot\mathrm{RE}=3\cdot(3+3)=18, \mathrm{DR}\cdot\mathrm{RB}=4\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{3}=48$ ですので $\mathrm{CR}\cdot\mathrm{RE}<\mathrm{DR}\cdot\mathrm{RB}$ です。
これより $\mathrm{RB}>\mathrm{RZ}$ がわかりますので、B はこの円の ${}_2$<u>外部</u>にくることがわかります。

所感

選択問題の難易度に大きな差が感じられます。合わないものを選ぶと大変です。

第 1 問

[1]

根号の有理化などを利用して近似値を考える問題です。$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$ を思いつくかが鍵となります。
この考えは連分数展開を利用しており、この問題の場合は

$$2\sqrt{13}=7+\cfrac{1}{4+\frac{2+\alpha}{3}}$$

のような展開をしていくことになります。

[2]

三角比を計測に応用した問題です。前半は補助線を少しひけば直接導かれますが、最後は関係式から代入して変形する必要がありそうですので根気がいります。

第 2 問

[1]

座標平面を利用した二次関数を考える問題です。場合分けに気づけば難しくないでしょう。

[2]

データの分析に関する問題です。時間がかかるような問題はないと思いますが、あせって逆側 (速い方からみたいのに時間の大きい方からみるとか) を探したりしないように注意しましょう。

第 3 問

場合の数と確率に関する問題です。問題文で丁寧に説明がされていますので、少しずつ読み進めていけば順当に最後までいけると思います。

第 4 問

整数の性質に関する問題です。同時に同じ表示になる時刻を互除法で解こうとすると時間切れも十分に考えられることから、解き方の工夫が問われます。

第 5 問

平面図形に関する問題です。メネラウスの定理や方べきの定理をあてはめていけば難しくないでしょう.。