解答

第１問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア	**0**	**1**
イ	**2**	**1**
ウ, エ	**2,1**	**2**
オ	**3**	**2**
カ, キ	**5,3**	**2**
ク, ケ	**a,7**	**2**
コ	**7**	**2**
サ, シ, ス, セ	**3,7,5,7**	**2**
ソ	**6**	**2**
タ, チ	**5,6**	**2**
ツ	**2**	**3**
テ	**2**	**2**
ト, ナ	**3,2**	**2**
ニ	**5**	**2**
ヌ	**5**	**3**

第２問 (30)		
解答欄	解答	配点
ア	**4**	**1**
イウ, エ	**-3,2**	**3**
オ	**0**	**1**
カ	**0**	**1**
キ	**3**	**1**
ク	**9**	**1**
ケ, コ, サ	**5,3,9**	**3**
シ	**6**	**2**
スセソ	**180**	**2**
タチツ	**180**	**3**
テトナ, ニヌ, ネ	**300,12,5**	**3**
ノ	**4**	**3**
ハ	**0**	**3**
ヒ	**4**	**3**

第３問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア	**0**	**1**
イ, ウ	**1,2**	**1**
エ	**4**	**2**
オ	**2**	**2**
カ. キク	**1.65**	**2**
ケ	**4**	**2**
コ, サ	**1,2**	**1**
シス	**25**	**2**
セ	**3**	**1**
ソ	**7**	**1**
タ	**0**	**3**
チツ	**17**	**2**

第４問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア	**2**	**2**
イ, ウ	**0,3**	**3**
エ, オ	**4,0**	**3**
カ, キ	**2,3**	**2**
ク	**2**	**2**
ケ	**1**	**2**
コ	**3**	**2**
サシ, スセ	**30,10**	**2**
ソ	**8**	**2**

第５問 (20)		
解答欄	解答	配点
ア, イ, ウ, エ	**1,2,1,2**	**2**
オ	**1**	**2**
カ	**9**	**2**
キ	**2**	**3**
ク	**0**	**3**
ケ	**3**	**2**
コ	**0**	**2**
サ	**4**	**3**
シ	**2**	**1**

解説

第 1 問

[**1**]

(1)

ア $x = \frac{\pi}{6}$ のとき $\sin x = \frac{1}{2}, \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ですので、$_0\underline{\sin x < \sin 2x}$がわかります。

イ $x = \frac{2}{3}\pi$ のとき $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ですので、$_2\underline{\sin x > \sin 2x}$がわかります。

(2)

ウ, エ 倍角の公式により $\sin 2x = 2\sin x\cos x$ ですので
$\sin 2x - \sin x = 2\sin x\cos x - \sin x = \sin x\underline{(2\cos x - 1)}$ がわかります。

オ ①は $\sin x > 0$ かつ $\cos x > \frac{1}{2}$ と言い換えられます。$0 \leq x \leq 2\pi$ のとき $\sin x > 0$ となるのは $0 < x < \pi$、$\cos x > \frac{1}{2}$ となるのは $0 < x < \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi < x < \pi$ となりますので、求める範囲は$\underline{0 < x < \frac{\pi}{3}}$となります。

カ, キ ②は $\sin x < 0$ かつ $\cos x < \frac{1}{2}$ となります。同様にそれぞれ $\pi < x < 2\pi$ と $\frac{\pi}{3} < x < \frac{5}{3}\pi$ となりますので、求める範囲は$\underline{\pi < x < \frac{5}{3}\pi}$となります。

(3)

ク, ケ $\alpha + \beta = 4x, \alpha - \beta = 3x$ となる α, β を求めると $\alpha = \frac{7}{2}x, \beta = \frac{x}{2}$ となります。
すなわち $\sin 4x - \sin 3x = 2\cos\frac{7}{2}x\sin\frac{x}{2}$ となりますので、$\sin 4x - \sin 3x > 0$ が成り立つことは $\cos_{\mathsf{a}}\underline{\frac{7}{x}}$ と $\sin_7\underline{\frac{x}{2}}$が同符号であると言い換えられます。(正であることが④、負であることが⑤に相当)

コ〜セ $0 \leq x \leq \pi$ において $0 \leq \frac{x}{2} \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \frac{7}{2}x \leq \frac{7}{2}\pi$ ですので、この範囲では $\sin\frac{x}{2} \geq 0$ となりますので、⑤を考える必要はありません。
したがって $\cos\frac{7}{2}\pi > 0$ となる x を考えることになり、それを求めると$\underline{0 < x < \frac{\pi}{7}, \frac{3}{7}\pi < x < \frac{5}{7}\pi}$となります。

(4)

ソ〜チ まず $\sin 3x > \sin 4x$ を考えると、$\sin 4x - \sin 3x < 0$ ですのですなわち $\cos\frac{7}{2}\pi\sin\frac{\pi}{2} < 0$ より、(3) と同様にして $\frac{\pi}{7} < x < \frac{3}{7}\pi, \frac{5}{7}\pi < x < \pi$ がわかります。
次に $\sin 4x > \sin 2x$ ですが、これを $\sin\{2 \cdot (2x)\} > \sin(2x)$ と変形して考えると、
$0 \leq x \leq \pi$ で $0 \leq 2x \leq 2\pi$ ですので (2) の結果から $0 < 2x < \frac{\pi}{3}, \pi < 2x < \frac{5}{3}\pi$ がわかり、これより $0 < x < \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} < x < \frac{5}{6}\pi$ がわかります。
$\frac{1}{7} < \frac{1}{6} < \frac{3}{7}, \frac{1}{2} < \frac{5}{7} < \frac{5}{6}$ ですので合わせることで$\underline{\frac{\pi}{7} < x < \frac{\pi}{6} < \frac{5}{7}\pi < x < \frac{5}{6}\pi}$となることがわかります。

[2]

(1)

ツ $\log_a b = x$ であるとはすなわち ${}_2\underline{a^x = b}$が成り立つように x が定義されているということです。

(2)

テ $5^2 = 25$ ですので$\underline{\log_5 25 = 2}$がわかります。

ト, ナ $9 = 3^2, 27 = 3^3$ ですので $27 = 3^3 = (3^2)^{\frac{3}{2}}$ がわかり、すなわち$\underline{\log_9 27 = \frac{3}{2}}$がわかります。

ニ $\log_2 3 = \dfrac{p}{q}$ はすなわち $2^{\frac{p}{q}} = 3$ ですので、この両辺を q 乗することで ${}_5\underline{2^p = 3^q}$と変形できることがわかります。

ヌ $\log_a b = \dfrac{p}{q}$ であるとすると $a^p = b^q$ と変形できます。a と a^p の偶奇は等しく、b と b^q の偶奇も等しいので、a, b の偶奇は等しい必要があることがわかります。
このことから ${}_5\underline{a, b\text{ のうち一方が偶数で他方が奇数}}$だと $\log_a b$ は有理数にならないことがわかります。
他の選択肢については、$log_2 4 = 2$ が 0,1,4 の反例、$\log_3 9 = 2$ が 2,3,4 の反例になります。

第２問

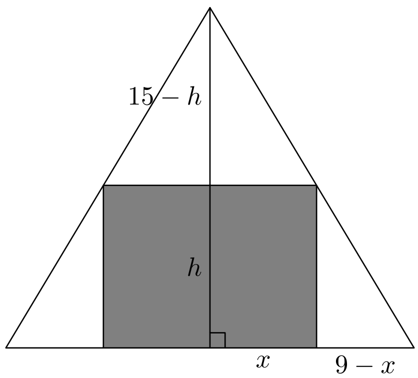
[1]

(1)　ア　$y = f(x)$ のグラフと x 軸との共有点において x 座標は $f(x) = 0$ が成立します。
いま $f(x) = x^2(k - x)$ ですので $f(x) = 0$ となる x は $0, k$ です。
したがって x 軸との共有点は (0,0) と ${}_4\underline{(k,0)}$だとわかります。

イ～エ　$f(x) = kx^2 - x^3$ ですので、導関数は$\underline{f'(x) = -3x^2 + 2kx}$となります。

オ～ク　$f'(x) = -x(3x - 2k)$ ですので、$x = 0, \dfrac{2}{3}k$ のとき $f'(x) = 0$ となります。
さらにいま $k > 0$ ですので $0 < x < \dfrac{3}{2}k$ のとき $f'(x) > 0$、$x < 0$ または $\dfrac{2}{3}k < x$ のとき $f'(x) < 0$ となります。
これより $x = 0$ のとき $f'(x)$ は負から正にかわりますので、$x ={}_0\underline{0}$のときが極小で、その値は $f(0) ={}_0\underline{0}$ となります。
また $x = \dfrac{2}{3}k$ のとき $f'(x)$ は正から負にかわりますので、$x ={}_3\underline{\dfrac{2}{3}}k$のときが極大で、その値は $f\left(\dfrac{2}{3}k\right) = \dfrac{4k^2}{9} \cdot \dfrac{k}{3} ={}_9\underline{\dfrac{4}{27}}k^3$となります。

(2)



ケ～サ　円錐において底面の中心と頂点とを含む平面で切断し、円柱の高さを h とおきます。
円柱の上下面の切り口である線分は平行になりますので、$x : 9 = (15 - h) : 15$ が成り立ちます。
変形すると $15x = 135 - 9h$ となりますので、$h = \dfrac{135 - 15x}{9} = \dfrac{5}{3} \cdot (9 - x)$ と変形できます。
円柱の底面積は πx^2 ですので$\underline{V = \dfrac{5}{3}\pi x^2(9 - x)}$がわかります。

シ　(1) の $f(x)$ で $k = 9$ とおくと $V = \dfrac{5\pi}{3} f(x)$ とおけます。
$f(x)$ は $0 < x < k$ で正の値をとり $0 < x < \dfrac{2}{3}k$ で増加、$\dfrac{2}{3}k < x < k$ で減少しますので、最大値は $x = \dfrac{2}{3}k$ のときにとることがわかります。
$k = 9$ を代入して$\underline{x = 6}$のときに V が最大になることがわかります。

ス～ソ　最大値は (1) の結果を利用して $\dfrac{5\pi}{3} \cdot \dfrac{4}{27} \cdot 9^3 = \underline{180\pi}$ と計算できます。

[2]

(1)

タ〜ツ

$$\int_0^{30}\left(\frac{1}{5}x+3\right)=\left[\frac{1}{10}x^2+3x\right]_0^{30}=\frac{900}{10}+3\cdot 90=\underline{180}$$

と計算できます。

テ〜ネ 積分定数を C として不定積分を計算すると

$$\int\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)=\underline{\frac{1}{300}x^3-\frac{1}{12}x^2+5x+C}$$

となります。

(2)

ノ $f(x)=\frac{1}{5}x+3$ とすると $S(t)=\frac{1}{10}t^2+3t$ となります。開花は $S(t)=400$ となったときですので $\frac{1}{10}t^2+3t=400$ を計算します。
$t^2+30t-4000=(t+80)(t-50)=0$ と変形できますので、$t>0$ より $t=50$ すなわち ${}_4$<u>50 日後</u>に開花すると予想できます。

ハ 今度は $x\geq 30$ のときに $f(x)=\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5$ とします。
$x>30$ のときは $f'(x)=\frac{1}{50}x-\frac{1}{6}=\frac{1}{50}\left(x-\frac{25}{3}\right)$ ですので $x>30$ では $f'(x)>0$ がわかります。すなわちこの範囲で $f(x)<f(x+10)$ がわかりますので x を 30 から 40 までの範囲で積分すると右辺は 40 から 50 の範囲で積分した値が出ますので ${}_0\underline{\int_{30}^{40}f(x)dx<\int_{40}^{50}f(x)dx}$ が成り立つことがわかります。

ヒ 40 日後の時点で $S(40)=180+115=295$ であり、$S(50)>295+115=410$ がわかりますので、
$S(t)=400$ となる t は $40<t<50$ をみたすことがわかります。すなわち開花日時は
${}_4$<u>40 日後より後で 50 日後より前</u>と予想できます。

第３問

(1)　ア　$X \geq m$ を問題文に従って変形することで$\underline{\dfrac{X-m}{\sigma} \geq 0}$が得られます。

イ, ウ　正規分布は 0 を中心として線対称な分布になりますので、すなわち $P(x \geq 0) = P(x \leq 0)$ です。全体で 1 になりますのですなわち $P\left(\dfrac{X-m}{\sigma} \geq 0\right) = \underline{\dfrac{1}{2}}$ がわかります。

エ　標本平均の期待値は母平均と同一ですので、${}_4\underline{E(\bar{X}) = m}$がわかります。

オ　標本の和の分散は σ^2 の n 倍になりますので標本平均の分散はこの $\dfrac{1}{n^2}$ 倍、すなわち $\dfrac{\sigma^2}{n}$ となります。これより ${}_2\underline{\sigma(\bar{X}) = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$と表されます。

カ〜ク　$P(-z_0 \leq Z \leq z_0) = 0.901$ のとき、Z は標準正規分布に従いますので $P(0 \leq Z \leq z_0) = \dfrac{1}{2}P(-z_0 \leq Z \leq z_0) = 0.4505$ です。標準正規分布表から面積が 0.4505 になる z_0 を探すと、$\underline{z_0 = 1.65}$がわかります。

ケ　信頼区間は標本平均を m_0、標本の標準偏差を σ_0、標本の大きさを n としたとき $m_0 - \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}}z_0 \leq m \leq m_0 + \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}}z_0$ となります。

問題文の値を入れると $\dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}}z_0 = \dfrac{3.6}{20} \cdot 1.65 = 0.297$ となりますので、信頼区間は $29.703 \leq m \leq 30.297$ となり、すなわち ${}_4\underline{29.7 \leq m \leq 30.3}$があてはまることがわかります。

(2)

コ, サ　重さ 30g は平均値ですので S サイズすなわち平均以下である確率は$\underline{\dfrac{1}{2}}$です。

シス　ピーマンを順に 50 個取り出して順に並べることを考えると、$p_0 = \underline{{}_{50}\mathrm{C}_{25}} \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^{25} \times \left(1 - \dfrac{1}{2}\right)^{50-25}$ と計算できます。

セ, ソ　二項分布 $B(n, p)$ は平均が np、分散が $np(1-p)$ ですので、平均は ${}_3\underline{\dfrac{50+k}{2}}$、分散は ${}_7\underline{\dfrac{50+k}{4}}$となり、すなわち $N\left(\dfrac{50+k}{2}, \dfrac{50+k}{4}\right)$ に近似できます。

タ　$U_k = 25$ のとき $Y = \dfrac{25 - \frac{50+k}{2}}{\frac{\sqrt{50+k}}{2}} = -\dfrac{k}{\sqrt{50+k}}$ ですので $p_0 = P_0\underline{\left(-\dfrac{k}{\sqrt{50+k}} \leq Y \leq \dfrac{k}{\sqrt{50+k}}\right)}$となります。

チツ　$\alpha^2 = k^2, \beta^2 = 50 + k$ ですので $\alpha^2 \geq 4\beta^2$ は $k^2 - 4k - 200 \geq 0$ と変形できます。
$k^2 - 4k - 200 = (k-2)^2 - 204$ より $(k-2)^2 \geq 204$ をみたせばよいですので $k \geq 0$ より
$k \geq 2 + 2\sqrt{51} = 16.28$ です。
すなわち$\underline{k_1 = 17}$が最小の値となります。

第４問

(1)　ア　2 年目の終わりで $1.01\{1.01(10+p)+p\}$ 万円ありますので、3 年目の初めに入金する p 万円を加えることで $a_3 ={}_2\underline{1.01\{1.01(10+p)+p\}+p}$になることがわかります。

イ, ウ　$n+1$ 年目の初めには、n 年目での預金額に利息がついた上で p 万円を加えますので、$a_{n+1} ={}_0\underline{1.01}a_n+{}_3\underline{p}$ が成り立ちます。

エ, オ　$a_{n+1}+k=1.01(a_n+k)$ となるように関係式を変形することを考えます。
展開して整理すると $a_{n+1}=1.01a_n+0.01k$ となりますのですなわち $0.01k=p$ です。
よって $k=100p$ ですので $a_{n+1}+{}_4\underline{100p}={}_0\underline{1.01}(a_n+100p)$ と変形できます。

カ　1 年目の初めに入金したお金は、1 年目から $(n-1)$ 年目まで利息がつきますので、${}_2\underline{p\times1.01^{n-1}}$万円になることがわかります。

キ　2 年目の初めは 1 年目の利息がつきませんので利息がつく回数が 1 減ることから、${}_3\underline{p\times1.01^{n-2}}$万円になります。

ク　$p\times1.01^0+\cdots+p\times1.01^{n-1}$ と、指数は 0 から $n-1$ まで変化しますので、k を 1 から n まで変化させるときには ${}_2\underline{p\sum_{k=1}^{n}1.01^{k-1}}$とまとめることになります。

ケ　等比数列の和の公式を利用します。初項は 1、公比は 1.01、項数は n ですので
$\sum_{k=1}^{n}1.01^{k-1}=\dfrac{(1.01)^n-1}{1.01-1}=\dfrac{(1.01)^n-1}{0.01}={}_1\underline{100(1.01^n-1)}$となります。
(すなわち $a_n=10\times1.01^{n-1}+100p(1.01^n-1)$)

(2)　コ　10 年目の終わりは 10 年目の始めの預金額に利息がつきますので、すなわち ${}_3\underline{1.01a_{10}}\geq 30$ と表せます。

サ〜セ　$a_{10}=10\times1.01^9+100p(1.01^{10}-1)$ ですので不等式は $10\times1.01^{10}+101p(1.01^{10}-1)$ と変形できます。
これを p について解くと
$\underline{p\geq\dfrac{30-10\times1.01^{10}}{101(1.01^{10}-1)}}$となります。

(3)　ソ　最初が 13 万円の場合、この 13 万円に利息がつくことで n 年目初めには $13\times1.01^{n-1}$ 万円になります。
追加する金額は p 万円で変化がありませんので、預金額は $13\times1.01^{n-1}-10\times1.01^{n-1}={}_8\underline{3\times1.01^{n-1}}$ 万円だけ多くなることがわかります。

第５問

(1)

ア〜エ　Mは辺BCの中点、すなわち線分BCを $1:1$ に内分する点ですので、$\dfrac{1}{1+1}=2$ より $\underline{\overrightarrow{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AC}}}$ がわかります。

オ　内積の計算式から $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\cos\angle\mathrm{PAB}, \overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AC}}|\cos\angle\mathrm{PAC}$ です。

すなわち $\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AB}}|}=\cos\angle\mathrm{PAB}$ であり $\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AC}}|}=\cos\angle\mathrm{PAC}$ がわかります。

いま $\angle\mathrm{PAB}=\angle\mathrm{PAC}=\theta$ としていますので、この値は $_1\underline{\cos\theta}$ となります。

(2)　カ　$\theta=45^\circ$ のとき $\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ですので、$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\cos 45^\circ=3\sqrt{2}\cdot 3\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\underline{9}$ となります。

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ も同様に計算して同じ値になることがわかります。

キ　$\angle\mathrm{APD}=90^\circ$ のとき $\overrightarrow{\mathrm{PD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}=0$ です。$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=t\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ とおくと

$\overrightarrow{\mathrm{PD}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}-\overrightarrow{\mathrm{AP}}=t\overrightarrow{\mathrm{AM}}-\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\dfrac{t}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{t}{2}\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ ですので

$\overrightarrow{\mathrm{PD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\dfrac{t}{2}\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{t}{2}\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}-|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|^2=\dfrac{9t}{2}+\dfrac{9t}{2}-18=9t-18$ となります。

したがって $9t-18=0$ より $t=2$ ですので、$\underline{\overrightarrow{\mathrm{AD}}=2\overrightarrow{\mathrm{AM}}}$ がわかります。

(3)　ク　$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\overrightarrow{\mathrm{AQ}}-\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ ですので、$\overrightarrow{\mathrm{PA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ が垂直であるとき $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=0$ より

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}=0$ が成り立ちます。これを変形すると

$_0\underline{\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}}$ となります。

ケ　内積を長さと角度を用いて変形すると関係式は

$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\cos\theta+|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AC}}|\cos\theta=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|^2$ となります。$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|>0$ ですので両辺をこの値で割ることで

$_3\underline{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\cos\theta+|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|\cos\theta=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|}$ が得られます。

コ　内積を計算して $k|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\cos\theta=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AC}}|$ とできます。

$0^\circ<\theta<90^\circ$ より $\cos\theta>0$ がわかりますので両辺を $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|\cos\theta$ で割ることで $_0\underline{k|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|}$ が得られます。

サ　三角形 $\mathrm{AB'B}$ が $\angle\mathrm{A}=\theta$、$\angle\mathrm{B'}=90^\circ$ の直角三角形ですので $|\overrightarrow{\mathrm{AB'}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\cos\theta$ がわかります。また同様に $|\overrightarrow{\mathrm{AC'}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|\cos\theta$ もわかります。

このため (ii) で得られた関係式を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ にまとめると $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\cos\theta+k|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\cos\theta=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$ より

$(k+1)|\overrightarrow{\mathrm{AB'}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$ となり、すなわち $|\overrightarrow{\mathrm{AB'}}|=\dfrac{1}{k+1}|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$ がわかります。

$0^\circ<\theta<90^\circ$ より $\mathrm{B'}$ は線分 AP 上にきますので、すなわち $\overrightarrow{\mathrm{AB'}}=\dfrac{1}{k+1}\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ がわかります。

また同様に $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ にまとめると $\overrightarrow{\mathrm{AC'}}=\dfrac{k}{k+1}\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ もわかります。

これより、求める条件は $_4$<u>$\mathrm{B'}$ と $\mathrm{C'}$ が線分 AP をそれぞれ $1:k$ と $k:1$ に内分する点</u>となります。

シ　$k=1$ のときは条件は $\mathrm{B'}$ と $\mathrm{C'}$ がいずれも線分 AP の中点、が同値な条件になります。

この条件をみたしている場合、三角形 $\mathrm{BB'A}$ と $\mathrm{BB'P}$、三角形 $\mathrm{CC'A}$ と $\mathrm{CC'P}$ がそれぞれ合同になることから $\mathrm{BP}=\mathrm{BA}, \mathrm{CP}=\mathrm{CA}$ が成り立ちます。

逆にこのときは $\mathrm{B'}$ と $\mathrm{C'}$ がそれぞれ線分 AP の中点になります。

したがって同値な条件は $_2$<u>$\triangle\mathrm{PAB}$ と $\triangle\mathrm{PAC}$ がそれぞれ $\mathrm{BP}=\mathrm{BA}$、$\mathrm{CP}=\mathrm{CA}$ をみたす二等辺三角形</u>となります。

所感

共通問題は解きやすい問題がそろっています。選択問題は特に第 5 問が歯ごたえがあり、時間配分がものをいう難度になっています。

第 1 問

[1]

三角関数を利用した問題です。基本的な計算が多いですが範囲を求めるときに混乱しないよう注意しましょう。

[2]

指数対数関数についての問題です。(1) を間違えるわけにはいきません。後半は整数の性質に踏み入ります。

第 2 問

整式の微積分に関する問題です。
[1] では微分が主体となっており、(1) をどのように (2) に利用するかが問われます。といってもそれほど難しくないはず。
[2] では積分が主体となっています。大き目の数を扱うなどで少々難しいと思われますが、多くの計算が問題文でされているのではまることは少ないでしょう。

第 3 問

分析と統計に関する問題です。標本の推定だけでなく、確率の近似に応用した問題が出ています。
とはいえ基本がわかっていれば問題文を読み進めることで最後までいけそうです。

第 4 問

数列に関する問題です。金利とかの複利計算は等比数列ですのでおさえたいです。
小数が出て少し面倒ですが計算しやすいような問題がそろっています。

第 5 問

ベクトルを利用した問題です。いきなり空間ベクトルですので計算や図の想像が大変です。
後半も言い換えがうまくいかないとお手上げでしょう。