

## 解答

第1問		
解答欄	正解	配点
ア	1	1
イ, ウ	-1	2
エ, オ	-1	2
カキ	23	2
クケ	24	2
コ	3	2
サ	3	2
シ	2	1
ス	4	1
セ	7	2
ソ	4	2
タ	0	1
チ, ツ	2,2	1
テ, ト	2,4	1
ナニ	11	2
ヌネ	19	1
ノハ, ヒ	-1,2	2
フ, ヘ	2,3	1
ホ	0	2

第2問		
解答欄	正解	配点
ア	2	2
イ	2	2
ウ	0	1
エ	1	2
オ, カ	1,3	2
キ	2	2
ク	a	2
ケ	0	1
コ	2	3
サ	1	2
シス	-c	2
セ	c	2
ソ, タ, チ, ツ	-1,3,3,6	3
テ	2	3

※第2問は「キ」が正答ならば「コ」はbでも可

第3問		
解答欄	正解	配点
アイ	-3	1
ウエ	15	1
オカ, キ	-1,2	1
ク	5	1
ケ	0	1
コ	0	1
サ	1	1
シ	1	1
スセ	15	2
ソタ, チ	-4,3	2
ツ	9	2
テト	64	2
ナニ	25	2
ヌネノ	100	2

第4問		
解答欄	正解	配点
アイ	-1	2
ウ, エ	-1	2
オ, カ	1,1	3
キ, ク	2,4	2
ケ	3	2
コ, サ	2,3	2
シ	1	1
ス	2	1
セ	4	1
ソ	1	2
タ	7	2

## 解説

### 第1問

[1]

(1) ア  $10^1 = 10$  ですので定義から  $\log_{10} 10 = 1$  です。

イ, ウ  $5 = \frac{10}{2}$  を利用することで

$$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2} = \log_{10} 10 - \log_{10} 2 = \underline{-\log_{10} 2 + 1} \text{ がわかります。}$$

エ, オ  $15 = 5 \cdot 3$  ですので

$$\log_{10} 15 = \log_{10} 5 \cdot 3 = \log_{10} 5 + \log_{10} 3 = \underline{-\log_{10} 2 + \log_{10} 3 + 1} \text{ がわかります。}$$

(2) カキ 与えられた近似値を代入すると

$$\log_{10} 15 = -0.3010 + 0.4771 + 1 = 1.1761 \text{ となります。すなわち}$$

$$\log_{10} 15^{20} = 20 \cdot \log_{10} 15 = 23.522 \text{ となりますので}$$

$$\underline{23} < \log_{10} 15^{20} < 24 \text{ がわかります。}$$

クケ  $10$  の  $\log_{10} a$  乗が  $a$  ですので得られた不等式から

$$10^{23} < 15^{20} < 10^{24} \text{ がわかります。}$$

$10^{23}$  は1のあとに0が23個続く値ですのですなわち24桁です。

同様に  $10^{24}$  は25桁であり、さらに  $10^{24}$  は25桁で最小の値です。

したがって  $15^{20}$  は 24桁 となります。

コ  $\log_{10} 15^{20}$  の小数部分は  $\log_{10} 15^{20} - 23 = 0.522$  となります。

$$\log_{10} 4 = \log_{10} 2^2 = 2 \log_{10} 2 = 0.6020 \text{ ですので}$$

$$\log_{10} 3 < 0.522 < \log_{10} 4 \text{ です。}$$

すなわち  $\log_{10} 3 < \log_{10} 15^{20} - 23 < \log_{10} 4$  となります。

サ 得られた式から  $23 + \log_{10} 3 < \log_{10} 15^{20} < 23 + \log_{10} 4$  です。

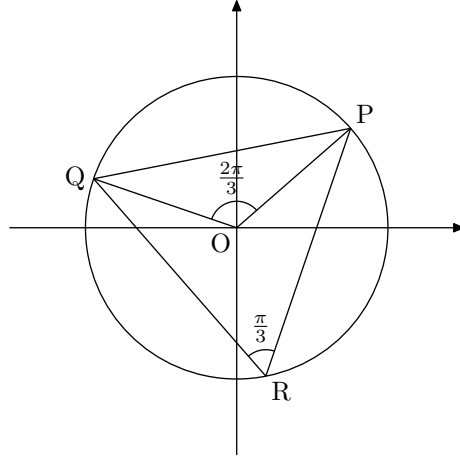
$$10 \text{ のべき乗をとると } 3 \cdot 10^{23} < 15^{20} < 4 \cdot 10^{23} \text{ です。}$$

$3 \cdot 10^{23}$  は3のあとに0が23個続く値ですのですなわち最高位は3です。

また  $4 \cdot 10^{23}$  は4のあとに0が23個続く値のうち最小です。

ということでこれらから  $15^{20}$  の最高位の数字は 3 となります。

[2]



(1)

シ、ス 原点を  $O$  としたとき、 $\angle PRQ$  は弧  $PQ$  の円周角、 $\angle POQ$  は弧  $PQ$  の中心角となります。

いま  $\triangle PQR$  は正三角形ですのですなわち  $\angle PRQ = \frac{\pi}{3}$  です。

したがって中心角は円周角の 2 倍ですので  $\angle POQ = \frac{2\pi}{3}$  となります。

同様に  $\angle POR = \frac{2\pi}{3}$  となります。

ここから向きを考慮すると  $Q, R$  は  $O$  を中心に  $P$  をどちらかの方向に  $\frac{2\pi}{3}$  だけ回転させたものに相当します。

時計回りに  $\frac{2\pi}{3}$  回転させる移動は反時計回りに  $-\frac{2\pi}{3}$  回転させる移動であり、すなわち  $2\pi - \frac{2\pi}{3} (= \frac{4\pi}{3})$  だけ回転させる移動になります。

これらと  $\theta < \alpha < \beta < 2\pi$  よりありうる値は  $\alpha = \theta + \frac{2\pi}{3}, \beta = \theta + \frac{4\pi}{3}$  となります。

セ  $\cos \alpha = \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right)$  ですので加法定理から

$$\cos \alpha = \cos \theta \cos \frac{2\pi}{3} - \sin \theta \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta \text{ となります。}$$

ソ 同様にすると

$$\sin \alpha = \sin \theta \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \theta \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \text{ となります。}$$

タ さらに  $\cos \beta, \sin \beta$  を計算すると

$$\cos \beta = \cos \theta \cos \frac{4\pi}{3} - \sin \theta \sin \frac{4\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta$$

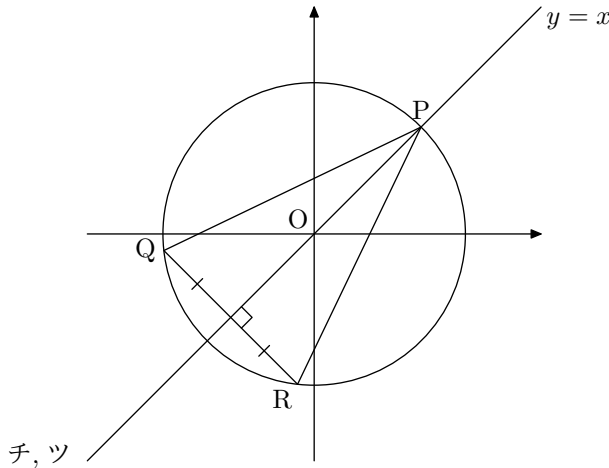
$$\sin \beta = \sin \theta \cos \frac{4\pi}{3} + \cos \theta \sin \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta$$

となります。これらより

$$s = \cos \theta + \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta \right) + \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta \right) = 0$$

となります。

同様に  $t = 0$  となりますので  $s = t = 0$  がわかります。



いま P は直線  $y = x$  すなわち  $y = x \tan \frac{\pi}{4}$  上にありますので  $\theta = \frac{\pi}{4}$  となります。(  $\theta = \frac{5}{4}\pi$  だと  $\alpha, \beta$  どちらかが  $\theta$  より小さくなるのでこれは考えなくてよい)

また、Q と R が直線  $y = x$  に対して対称であるということは「直線 QR は直線  $y = x$  に垂直」「線分 QR の中点は直線  $y = x$  上にくる」ということとなりますのですなわち

$$\text{直線 QR の傾きから } \frac{\sin \beta - \sin \alpha}{\cos \beta - \cos \alpha} = -1$$

中点の座標から  $\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{2} = \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{2}$  が成り立ちます。こ

こから  $\sin \beta = \cos \alpha, \cos \beta = \sin \alpha$  がわかりますので

$$s = \cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha + \sin \alpha, t = \sin \frac{\pi}{4} + \sin \alpha + \cos \beta \text{ となり、}$$

$$s = t = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin \alpha + \cos \alpha \text{ がわかります。}$$

テ、ト 三角関数の合成がある実数  $\gamma$  を用いて

$p \sin \alpha + q \cos \alpha = \sqrt{p^2 + q^2} \sin(\alpha + \gamma)$  の形式で表されることを利用すると

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \cos \alpha &= \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha \right) \\ &= \sqrt{2} \left( \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

となりますので  $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right)$  がわかります。

ナニ  $s = t = 0$  となる場合は  $\frac{\sqrt{2}}{2} + \sin \alpha + \cos \alpha = 0$  となる場合です。

合成で得られた式を利用すると

$$\sqrt{2} \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ となります。}$$

すなわち  $\sin \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{2}$  です。  $\theta < \alpha < \frac{5\pi}{4}$  ですので

$\frac{\pi}{2} < \alpha + \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{2}$  となり、すなわちこの範囲にくるものは

$\alpha + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{6}$  に限られます。

これより  $\alpha = \frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{4} = \frac{11\pi}{12}$  となります。

ヌネ  $s, t$  の式から今度は  $\alpha$  を消去すると  $s = t = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin \beta + \cos \beta$  となります。

同様に  $\sin \left( \beta + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{2}$  であり、今度は  $\frac{5\pi}{4} < \beta < 2\pi$  ですので

$\frac{3\pi}{2} < \beta + \frac{\pi}{4} < \frac{9\pi}{4}$  です。ここから  $\beta + \frac{\pi}{4} = \frac{11\pi}{6}$  となりますので

$\beta = \frac{11\pi}{6} - \frac{\pi}{4} = \frac{19\pi}{12}$  となります。

(2)

ノ～ヒ  $s = t = 0$  のとき、 $\sin \theta + \sin \alpha + \sin \beta = 0, \cos \theta + \cos \alpha + \cos \beta = 0$  より  $\sin \theta = -\sin \alpha - \sin \beta, \cos \theta = -\cos \alpha - \cos \beta$  です。これらを2乗すると

$$\sin^2 \theta = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \text{ となります。}$$

これらを  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  に代入すると

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos^2 \beta + 2(\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta) = 1$$

となります。  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$  ですのですな

わち  $2 + 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) = 1$  となり、整理することで

$$\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \text{ がわかります。}$$

フ、ヘ 加法定理により  $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta)$  ですので  $\cos(\beta - \alpha) = -\frac{1}{2}$  です。

また式の対称性により  $\cos(\alpha - \theta) = -\frac{1}{2}$  もわかります。

$2\pi > \beta - \alpha > 0$  より  $\beta - \alpha$  として考えられる値は  $\frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$  です。

$\alpha - \theta$  として考えられる値も同様です。

$\beta - \theta = (\beta - \alpha) + (\alpha - \theta)$  と  $0 < \beta - \theta < 2\pi$  ですので、どちらかが  $\frac{4}{3}\pi$  となってしまうと  $\beta - \theta \geq \frac{2}{3}\pi + \frac{4}{3}\pi = 2\pi$  となってしまう不適となります。

よって  $\beta - \alpha = \alpha - \theta = \frac{2}{3}\pi$  に限られることがわかります。

(3) ホ まず考察1から  $\triangle PQR$  が正三角形ならば  $s = t = 0$  であることがわかります。

また考察3から  $s = t = 0$  ならば  $\beta - \alpha = \alpha - \theta = \frac{2\pi}{3}$  であることがわかります。このとき  $\angle POQ = \angle QOR = \frac{2\pi}{3}$  ですので円周角の関係から  $\angle PRQ = \angle QPR = \frac{\pi}{3}$  となります。ということで  $\angle RPQ = \frac{\pi}{3}$  も成り立ちますので  $\triangle PQR$  は正三角形となることがわかります。

以上より

$\triangle PQR$  が正三角形であることと  $s = t = 0$  であることは同値とわかります。

## 第2問

[1]

(1) ア 微積分の性質から  $F'(x) = f(x)$  です。  $F(x)$  が極小になる値は  $f(x)$  が負から正に変化する値です。  
いま  $a = 1$  です。  $f(x) = (x-1)(x-2)$  となり、すなわち  $x = 2$  のときが当てはまることになります。

(2) イ  $F(x)$  がつねに増加するときは  $f(x) \geq 0$  がすべての実数  $x$  で成り立つときです。  $a \neq 2$  のときは  $f(x) < 0$  となる実数  $x$  がありますので常に増加とはなりません。  
 $a = 2$  のとき  $f(x) = (x-2)^2$  となりますのでつねに  $f(x) \geq 0$  となります。ということで  $a = 2$  のときが当てはまります。

ウ  $\int_k^k f(t) dt = 0$  がすべての実数  $k$  において成り立ちますので  $F(0) = \int_0^0 f(t) dt = 0$  となります。

エ  $a = 2$  のときつねに  $f(x) \geq 0$  が成り立ちます。  $f(x) = 0$  となる値は  $x = 2$  のみです。  $0 < x < 2$  では  $f(x) > 0$  となります。  
したがって  $F(2) > \int_0^2 0 dt = 0$  となりますので特に  $F(2)$  の値は 1 正であることがわかります。

(3) オ、カ  $G(x) = \int_b^x f(t) dt = \int_0^x f(t) dt - \int_0^b f(t) dt = F(x) - F(b)$  と変形できます。

すなわち  $y = G(x)$  のグラフは  $y = F(x)$  のグラフを 1  $y$  軸方向に 3  $-F(b)$  だけ平行移動したものとします。

キ、ク  $G(x) = F(x) - F(b)$  なので  $G'(x) = F'(x) = f(x)$  です。  
いま  $a > 2$  としていますので  $f(x)$  は  $x = 2$  で負から正、 $x = a$  で正から負になります。  
ということで  $G(x)$  は  $x = 2$  で極大、 $x = a$  で極小になります。

ケ  $G(b) = F(b) - F(b) = 0$  と計算できます。

コ  $b = 2$  のとき極大値は  $G(b) = 0$  となりますので増減は以下のようになります。

$x$		2		$a$	
$G'(x)$	+	0	-	0	+
$G(x)$	↗	0	↘	$G(a)$	↗

すなわち曲線  $y = G(x)$  と  $x$  軸との共有点は  $(2, 0)$  のほかに  $x$  座標が  $a$  より大きいものが 1 個だけになりますので全部で 2 個となります。

(採点基準で「キ」が 2 のときに  $b$  が正答になるのはたまたまに過ぎない)

[2]

サ 絶対値がありますが定義にしたがって計算しましょう。

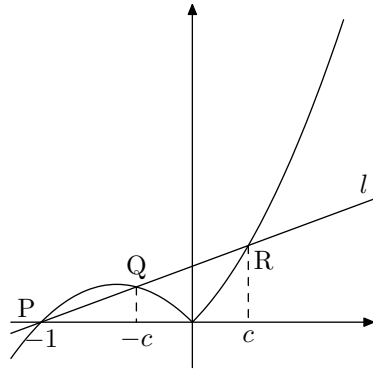
$$g'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x - (-1)} \text{ です。}$$

$x$  を  $-1$  に近づけることを考えますので  $x < 0$  で考えてよく、このとき  $g(x) = (-x)(x+1) = -x^2 - x$  とできます。

すると  $x < 0$  かつ  $x \neq -1$  のとき  $\frac{g(x) - g(-1)}{x - (-1)} = \frac{-x^2 - x}{x + 1} = -x$  となりますので  $g'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} (-x) = \underline{1}$  がわかります。

シ～セ 直線  $l$  の式は  $y = c(x+1)$  と表されます。したがって  $l$  と曲線  $y = g(x)$  との共有点である  $x$  座標では  $|x|(x+1) = c(x+1)$  が成り立ちます。これを整理すると  $(|x| - c)(x+1) = 0$  となりますので  $x = \pm c, -1$  となります。

いま  $0 < c < 1$  であり  $x = -1$  である点が  $P$  でしたので、 $-1 < -c < c$  より  $Q$  の  $x$  座標は  $-c$ 、 $R$  の  $x$  座標は  $c$  であることがわかります。



ソ～ツ  $-1 \leq x \leq -c$  においては  $x+1 \geq 0, |x| \geq c$  ですので  $|x|(x+1) \geq c(x+1)$  です。したがって

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^{-c} \{|x|(x+1) - c(x+1)\} dx = \int_{-1}^{-c} \{-x^2 - (1+c)x - c\} dx \\ &= \left[ -\frac{x^3}{3} - \frac{1+c}{2}x^2 - cx \right]_{-1}^{-c} \\ &= \left( \frac{c^3}{3} - \frac{c^2+c^3}{2} + c^2 \right) - \left( \frac{1}{3} - \frac{1+c}{2} + c \right) \\ &= -\frac{1}{6}c^3 + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}c - \frac{1}{6} = \underline{\underline{\frac{-c^3 + 3c^2 + 3c - 1}{6}}} \end{aligned}$$

となります。

テ  $-c \leq x \leq c$  において  $x+1 \geq 0, |x| \leq c$  ですので  $|x|(x+1) \leq c(x+1)$



です。これより

$$\begin{aligned} T &= \int_{-c}^c \{c(x+1) - |x|(x+1)\} dx = \int_{-c}^c c(x+1) dx - \int_{-c}^c |x|(x+1) dx \\ &= c \int_{-c}^c (x+1) dx - \int_{-c}^0 (-x)(x+1) dx - \int_0^c x(x+1) dx \\ &= c \left[ \frac{x^2}{2} + x \right]_{-c}^c - \left[ -\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_{-c}^0 - \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_0^c \\ &= c \left\{ \left( \frac{c^2}{2} + c \right) - \left( \frac{c^2}{2} - c \right) \right\} + \left( \frac{c^3}{3} - \frac{c^2}{2} \right) - \left( \frac{c^3}{3} + \frac{c^2}{2} \right) = \underline{c^2} \end{aligned}$$

となります。

### 第3問

(1)

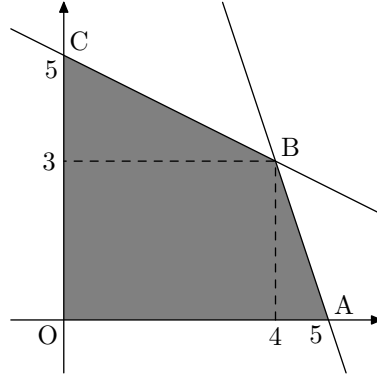
ア～エ 直線 AB は点 A と点 B を通りますので A, B それぞれの座標を代入すると等式が成立します。

ということで  $0 = 5m_1 + n_1, 3 = 4m_1 + n_1$  が成り立ちます。これを連立方程式として解くと  $m_1 = -3, n_1 = 15$  がわかります。

オ～ク 同様に考えると  $3 = 4m_2 + n_2, 5 = 0 \cdot m_2 + n_2$  となりますのでこれを解くことで  $m = -\frac{1}{2}, n = 5$  がわかります。

(2)

ケ～シ 領域 D は以下ようになります。



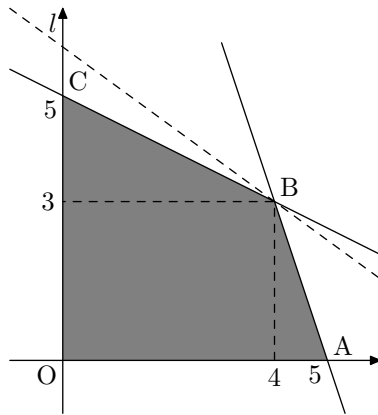
ということで直線 AB の下側、直線 BC の下側、 $x$  座標  $y$  座標が非負である部分となりますので

$0y \leq m_1x + n_1, 0y \leq m_2x + n_2, 1x \geq 0, 1y \geq 0$  で表されます。

(3)

スセ  $y - m_1x = k$  とするとこれは傾き  $m_1$  で  $y$  切片  $k$  の直線となります。D は領域  $y \leq m_1x + 15$  に含まれ点 A を含みますのですなわち  $y - m_1x \leq 15$  でありこの等号が成立する値が D に存在します。ということで  $y - m_1x$  の最大値は 15 であることがわかります。

ソ～チ  $y - px = l$  とおくとこの式は同様に傾き  $p$ 、 $y$  切片  $l$  の直線となります。  $m_1 < p < m_2$  ですので以下の状態となる  $l$  の値が最大となります。



ということで  $y - px$  の最大値は点 B の座標をとるときですので  $(x, y) = (4, 3)$  のときの値である  $-4p + 3$  となります。

(参考:  $y \leq m_1x + n_1$  より  $y - px \leq n_1 - (p - m_1)x$ 、

$y \leq m_2x + n_2$  より  $y - px \leq (m_2 - p)x + n_2$  となる

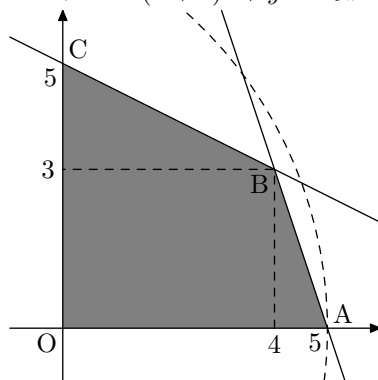
また  $x \leq 4$  のとき  $(m_2 - p)x + n_2 \leq 3 - 4p \leq n_1 - (p - m_1)x$ 、

$4 \leq x$  のとき  $n_1 - (p - m_1)x \leq 3 - 4p \leq (m_2 - p)x + n_2$  が成立するので、両方が  $3 - 4p$  を超えることはないことがわかる)

- (4) ツ  $x \geq 0, y \geq 0$  ですので  $(x + 3)^2 \geq (0 + 3)^2, y^2 \geq 0^2$  が成り立ちます。また点  $(0, 0)$  は  $D$  内にありますので  $x = y = 0$  はとりえます。ということで  $(x + 3)^2 + y^2$  の最小値は  $3^2 + 0^2 = 9$  であることがわかります。

テト  $t$  が最大をとる場合は、点  $(x, y)$  が  $D$  の境界の頂点にくる場合となります。

点 O で  $t = 9$ 、点 A で  $t = 34$ 、点 B で  $t = 58$ 、点 C で  $t = 64$  となりますので  $(x + 3)^2 + y^2$  の最大値は  $64$  であることがわかります。



(参考: 点  $(x, y)$  が境界上にない場合の  $t$  の値を考えた場合、この点と点  $(-3, 0)$  を通る直線を引いて考えることで点  $(-3, 0)$  との距離が大きい点を  $D$  内にとれる

なので最大値をとる点は  $D$  の境界上にくる

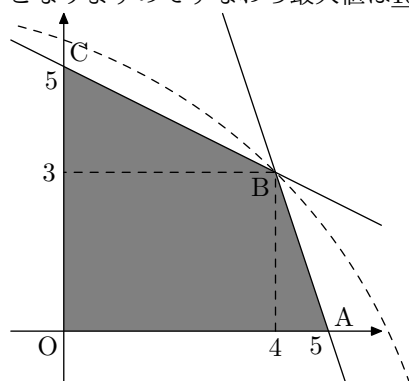
また境界は多角形なので1つの辺に注目すると  $t$  の値は  $x$  または  $y$  の2次式でかつ2次の項の係数が正となる

さらにこのときの定義域は1つの区間なので最大をとるような値はその区間のどちらかの端ということで境界となる線分の端それぞれで検証すればよい)

ナニ  $x \geq 0, y \geq 0$  ですので  $(x+4)^2 \geq 4^2, (y+3)^2 \geq 3^2$  です。すなわち最小は点  $(0,0)$  でとることがわかり、その値は  $4^2 + 3^2 = \underline{25}$  であることがわかります。

ヌ～ノ 同様に考察して4点  $O, A, B, C$  での値を検証します。

点  $O$  で  $t = 25$ 、点  $A$  で  $t = 80$ 、点  $B$  で  $t = 100$ 、点  $C$  で  $t = 90$  となりますのですなわち最大値は 100 であることがわかります。



#### 第4問

(1) アイ  $P(x)$  を  $x+1$  で割ったときの商を  $Q(x)$  とすると

$$P(x) = (x+1)Q(x) \text{ と表せます。}$$

因数定理により  $P(-1) = 0$  が成り立つことがわかります。

ウ, エ  $P(-1) = 0$  ですので展開した式に代入すると  $0 = 1 + k - l + m$  となります。

すなわち  $m = -k + l - 1$  であることがわかります。

オ, カ 高次から順番に計算していくことで

$$\begin{aligned} P(x) &= (x+1)x^3 - x^3 + kx^2 + lx + (l-k-1) \\ &= (x+1)(x^3 - x^2) + (k+1)x^2 + lx + (l-k-1) \\ &= (x+1)\{x^3 - x^2 + (k+1)x\} + (l-k-1)x + (l-k-1) \\ &= (x+1)\{x^3 - x^2 + (k+1)x + (l-k-1)\} \end{aligned}$$

となります。すなわち  $Q(x) = x^3 - x^2 + (k+1)x + l - k - 1$  です。

(2) キ, ク  $P(x)$  を  $(x+1)^2$  で割った商を  $R(x)$  とすると  $P(x) = (x+1)^2 R(x)$  となります。

$P(x) = (x+1)Q(x)$  ですのですなわち  $(x+1)Q(x) = (x+1)^2 R(x)$  となります。

これが恒等的に成り立つことから  $Q(x) = (x+1)R(x)$  となりますので  $Q(x)$  が  $x+1$  で割り切れることがわかります。

これより  $Q(-1) = 0$  ですので  $0 = (-1) - 1 - (k+1) - k + l - 1$  が成り立ちます。

これを整理することで  $l = 2k + 4$  であることがわかります。

ケ  $l$  の式を①に代入することで  $m = -k + (2k+4) - 1 = k + 3$  がわかります。

コ, サ  $P(x) = (x+1)Q(x) = (x+1)^2 R(x)$  ですので  $Q(x) = (x+1)R(x)$  です。  $Q(x)$  で計算していくことで

$$\begin{aligned} Q(x) &= (x+1)x^2 - 2x^2 + (k+1)x + k + 3 \\ &= (x+1)(x^2 - 2x) + (k+3)x + k + 3 \\ &= (x+1)(x^2 - 2x + k + 3) \end{aligned}$$

となります。すなわち  $R(x) = x^2 - 2x + k + 3$  です。

(3) シ いま  $P(x)$  は  $(x+1)^2$  で割り切れるとしていますので

$$P(x) = (x+1)^2(x^2 - 2x + k + 3) \text{ です。}$$

$(x+1)^2 \geq 0$  ですので「 $P(x)$  がつねに 0 以上」は「 $R(x)$  がつねに 0 以上」と同値です。

$R(x)$  は 2 次式で  $x^2$  の係数が正ですので「 $R(x)$  がつねに 0 以上」は「 $R(x) = 0$  となる  $x$  が 1 個以下」と同値です。

すなわちこれは  $D$  の値が 10 以下 であることと同値となります。

ス, セ 判別式を計算すると  $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k + 3) = -4k - 8$  です。  
 $D \leq 0$  はすなわち  $-4k - 8 \leq 0$  ですので符号に注意して整理すると  $k + 2 \geq 0$  です。

すなわち  $k + 2$  の値が 40 以上 であることと同値であることがわかります。

(4) ヲ, タ  $P(x) = (x + 1)^2 R(x)$  ですので  $P(x) = 0$  が虚数解をもつならばそれは  $R(x) = 0$  の解となります。

すなわち  $R(x) = \{x - (t + 3i)\}\{x - (t - 3i)\}$  となりますので展開して  $R(x) = x^2 - 2tx + (t^2 + 9)$  となります。

係数を比較して  $2t = 2, t^2 + 9 = k + 3$  ですのでこれを解くことで  $t = 1, k = 7$  がわかります。

## 所感

第1日程は解きやすい問題でしたがこちらは一部歯ごたえがありました。

### 第1問

[1]

指数対数関数の問題です。  
対数から桁数を推定することを題材としています。読み進めれば難しくないでしょう。

[2]

三角関数の問題です。  
合成や加法定理など基本的な計算をすればいけますが、最後に必要十分条件であるかどうかの確認が求められます。

### 第2問

微分と積分に関する問題です。

[1]

定積分の式からグラフの概形を考える問題です。難しいところはなさそうです。

[2]

絶対値を含む関数を微積分する問題です。  
微分がどういうものか理解していないと無得点もありうる恐ろしい設問です。  
定積分も計算が面倒になっていますので、時間をとられそうです。

### 第3問

図形と式に関する問題です。線形計画法にもとづいた問題のようです。  
図形を思い浮かべればそこまで難しくはないでしょう。

#### 第4問

複素数に関する問題です。  
整式の除法が少し面倒ですが得点しやすいと思います。