# 解答

| 第１問 | | |
|---|---|---|
| 解答欄 | 正解 | 配点 |
| ア | 3 | 2 |
| イ | 2 | 2 |
| ウ, エ | 6,2 | 2 |
| オ, カ | 2,1 | 1 |
| キ | 9 | 2 |
| ク | 1 | 1 |
| ケ | 3 | 1 |
| コ, サ | 1,9 | 2 |
| シ, ス | 2,1 | 2 |
| セ | 1 | 1 |
| ソ | 0 | 1 |
| タ | 0 | 1 |
| チ | 1 | 1 |
| ツ, テ | 5,2 | 2 |
| ト | 0 | 1 |
| ナ | 3 | 1 |
| ニ | 1 | 2 |
| ヌ | 2 | 2 |
| ネ | 1 | 3 |

| 第２問 | | |
|---|---|---|
| 解答欄 | 正解 | 配点 |
| ア | 3 | 1 |
| イ, ウ | 2,3 | 2 |
| エ | 4 | 2 |
| オ | c | 1 |
| カ, キ | b,c | 2 |
| クケ, コ | -c,b | 1 |
| サ, シ, ス | 3,3,3 | 4 |
| セ | 0 | 3 |
| ソ | 5 | 1 |
| タ, チ | 3,5 | 2 |
| ツ | d | 1 |
| テ, ト | c,d | 2 |
| ナ | 2 | 3 |
| ニヌ, ネ, ノ | -b,a,0 | 2 |
| ハヒフ, ヘホ | -2b,3a | 3 |

| 第３問 | | |
|---|---|---|
| 解答欄 | 正解 | 配点 |
| ア | 3 | 2 |
| イウ | 50 | 2 |
| エ | 5 | 2 |
| オ | 1 | 2 |
| カ | 2 | 1 |
| キクケ | 408 | 2 |
| コサ. シ | 58.8 | 2 |
| ス | 3 | 2 |
| セ | 3 | 1 |
| ソ, タ | 2,4(順不同) | $2 \times 2$ |

| 第４問 | | |
|---|---|---|
| 解答欄 | 正解 | 配点 |
| ア | 3 | 1 |
| イ | 3 | 1 |
| ウ, エ | 2,3 | 2 |
| オ, カ, キ | 2,6,6 | 2 |
| ク | 3 | 2 |
| ケ, コ, サ | 3,2,1 | 2 |
| シ, ス | 3,1 | 2 |
| セ, ソ | 4,3 | 2 |
| タ | 2 | 2 |
| チ | 2 | 2 |
| ツ | 2 | 1 |
| テ | 0 | 1 |

| 第５問 | | |
|---|---|---|
| 解答欄 | 正解 | 配点 |
| アイ | 36 | 2 |
| ウ | a | 2 |
| エ, オ | a,1 | 3 |
| カ, キ, ク | 3,5,2 | 2 |
| ケ, コ, サ | 1,5,4 | 3 |
| シ | 9 | 3 |
| ス | 0 | 3 |
| セ | 0 | 2 |

# 解説

## 第 1 問

**[1]**

(1) ア $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ となるような $\theta$ は整数 $n$ を用いて $\theta = \left(2n + \dfrac{1}{6}\right)\pi$ となります。空欄に当てはまるものは$\underline{\theta = \dfrac{\pi}{6}}$に限られます。

イ 三角関数の合成により

$$\begin{aligned} y &= 2 \cdot \frac{1}{2}\sin\theta + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta \\ &= 2\left(\cos\frac{\pi}{6}\sin\theta + \sin\frac{\pi}{6}\cos\theta\right) = \underline{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

となります。

ウ, エ $\dfrac{\pi}{6} \leq \theta + \dfrac{\pi}{6} \leq \dfrac{2\pi}{3}$ ですので $\theta + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{2}$ のときが最大です。
すなわち$\underline{\theta = \dfrac{\pi}{3}}$で最大値$\underline{2}$をとります。

(2) (i)

オ, カ $p = 0$ のとき $y = \sin\theta$ ですので$\underline{\theta = \dfrac{\pi}{2}}$のとき最大値$\underline{1}$をとります。

(ii)

キ $y = k\cos(\theta - \alpha)$ の形にしたい場合、まずは加法定理で戻すと $y = k\cos\alpha\cos\theta + k\sin\alpha\sin\theta$ となります。相互関係を利用すると $(k\cos\alpha)^2 + (k\sin\alpha)^2 = k^2$ となりますのですなわち $\cos\theta, \sin\theta$ それぞれの係数の 2 乗の和が $k^2$ となります。
これを利用すると $k^2 = 1+p^2$ ですので $y =_9 \underline{\sqrt{1+p^2}}\cos(\theta-\alpha)$ とできます。

ク, ケ 加法定理で戻した式で係数を比較すると
$\sqrt{1+p^2}\cos\alpha = p, \sqrt{1+p^2}\sin\alpha = 1$ となります。
これより $\sin\alpha =_1 \underline{\dfrac{1}{\sqrt{1+p^2}}}, \cos\alpha =_3 \underline{\dfrac{p}{\sqrt{1+p^2}}}$がわかります。

コ, サ いま $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ としていますので $\theta = \alpha$ をとることができます。このとき $\theta - \alpha = 0$ となりますので $\cos(\theta - \alpha)$ は最大値をとります。ということで $y$ は ${}_1\underline{\theta = \alpha}$で最大値 ${}_9\underline{\sqrt{1+p^2}}$ をとることがわかります。

(iii)

シ, ス $0 \leq \theta_1 < \theta_2 \leq \dfrac{\pi}{2}$ であれば $\sin\theta_1 < \sin\theta_2, \cos\theta_1 > \cos\theta_2$ ですので $\sin\theta_1 + p\cos\theta_1 < \sin\theta_2 + p\cos\theta_2$ です。

ということで $\theta$ が大きいほど $y$ は大きくなりますので、$y$ は ${}_2\underline{\theta = \dfrac{\pi}{2}}$ のときに最大値 ${}_1\underline{1}$ をとることがわかります。

[**2**]

(1) セ $2^0 = 2^{-0} = 1$ ですので $f(0) = \dfrac{1+1}{2} = \underline{1}$ です。

ソ 同様にして $g(0) = \dfrac{1-1}{2} = \underline{0}$ です。

タ, チ 相加相乗平均の関係から $f(x) \geq \sqrt{2^x + 2^{-x}} = 1$ です。等号は $2^x = 2^{-x}$ すなわち $x = -x$ より $x = 0$ のときに成立します。
これより $f(x)$ は$\underline{x=0}$で最小値$\underline{1}$をとることがわかります。

ツ, テ $2^x = t$ とおくと $g(x) = \dfrac{t - t^{-1}}{2}$ となります。$g(x) = -2$ を代入して $2t$ 倍して整理すると $t^2 + 4t - 1 = 0$ となります。
これを解くと $t = -2 \pm \sqrt{5}$ となりますが $x = \log_2 t$ なので真数条件より $t = \sqrt{5} - 2$ となります。
したがって求める値は$\underline{x = \log_2(\sqrt{5}-2)}$となります。

(2) ト $f(-x) = \dfrac{2^{-x} + 2^x}{2} = \dfrac{2^x + 2^{-x}}{2}$ ですので $f(-x) = {}_{0}\underline{f(x)}$です。

ナ $g(-x) = \dfrac{2^{-x} - 2^x}{2} = -\dfrac{2^x - 2^{-x}}{2}$ ですので $g(-x) = {}_{3}\underline{-g(x)}$です。

ニ $\{f(x)\}^2 = \dfrac{2^{2x} + 2^{-2x} + 2}{4}, \{g(x)\}^2 = \dfrac{2^{2x} + 2^{-2x} - 2}{4}$ ですので $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = \underline{1}$ です。

ヌ $f(x)g(x) = \dfrac{2^{2x} - 2^{-2x}}{4} = \dfrac{2}{4}g(2x)$ ですので $g(2x) = \underline{2f(x)g(x)}$ です。

(3) ネ まずは $\beta = 0$ で検証しましょう。
(A) は左辺が $f(\alpha)$、右辺が $g(\alpha)$ となってしまうので不適とわかります。
(B) は両辺がともに $f(\alpha)$ となるので成り立ちそうです。
(C) は左辺が $g(\alpha)$、右辺が $f(\alpha)$ となりやはり不適です。
(D) は左辺が $g(\alpha)$、右辺が $-g(\alpha)$ となり不適です。
ということで (B) 以外は成り立たないことがわかりました。実際に (B) の右辺を計算すると

$$
\begin{aligned}
& f(\alpha)f(\beta) + g(\alpha)g(\beta) \\
= \quad & \frac{(2^\alpha + 2^{-\alpha})(2^\beta + 2^{-\beta})}{4} + \frac{(2^\alpha - 2^{-\alpha})(2^\beta - 2^{-\beta})}{4} \\
= \quad & \frac{2^{\alpha+\beta} + 2^{\alpha-\beta} + 2^{\beta-\alpha} + 2^{-\alpha-\beta}}{4} + \frac{2^{\alpha+\beta} - 2^{\alpha-\beta} - 2^{\beta-\alpha} + 2^{-\alpha-\beta}}{4} \\
= \quad & \frac{2^{\alpha+\beta} + 2^{-(\alpha+\beta)}}{2}
\end{aligned}
$$

となり、たしかに $f(\alpha + \beta)$ に等しいことがわかります。
したがって成り立つものは ${}_{1}\underline{\text{(B)}}$のみとなります。

## 第２問

(1)　ア　どちらの関数も $x=0$ を代入すると $y=3$ が成り立ちます。すなわち $y$ 軸との交点の $y$ 座標は$\underline{3}$であることがわかります。

イ, ウ　それぞれの導関数を考えると順に $6x+2, 4x+2$ となります。すなわち導関数の $x=0$ における値はどちらも 2 となりますので、$y$ 軸との交点における接線は傾き 2 で $y$ 切片が 3 となります。ということですなわち$\underline{y=2x+3}$が接線の方程式となります。

エ　共通点を上から検証します。

まずは $y$ 軸との交点における $y$ 座標ですが、これは $x=0$ での値すなわち定数項をみることでわかります。これによりそれが 3 でない 0,1,2 の式が除外されます。

次に導関数を考えます。すると $x=0$ での値は 3 が-2、4 が 2、5 が-2 となります。

ということで $\underline{{}_4 y=-x^2+2x+3}$があてはまることがわかります。

オ　曲線 $y=ax^2+bx+c$ の $x$ 座標が 0 となる点の $y$ 座標はこれに $x=0$ を代入した値ですのですなわち$\underline{(0,c)}$です。

カ, キ　右辺の導関数は $2ax+b$ となりますので $x=0$ におけるその値は $b$ です。

ということで $l$ は傾き $b$、$y$ 切片 $c$ の直線ですので$\underline{y=bx+c}$となります。

ク〜コ　$l$ と $x$ 軸との交点の $x$ 座標はすなわち $y=0$ となる $x$ の値ですので $0=bx+c$ を解いて$\underline{x=-\dfrac{c}{b}}$となります。

サ〜ス　$a,b,c$ が正であるとき、$(ax^2+bx+c)-(bx+c)=ax^2\geq 0$ ですので $y=ax^2+bx+c$ のグラフは $l$ の上側にきます。また $-\dfrac{c}{b}<0$ ですので

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\frac{c}{b}}^{0}\{(ax^2+bx+c)-(bx+c)\}dx=\int_{-\frac{c}{b}}^{0}(ax^2)dx \\ &= \left[\frac{ax^3}{3}\right]_{-\frac{c}{b}}^{0}=0-\frac{a}{3}\left(-\frac{c}{b}\right)^3=\underline{\frac{ac^3}{3b^3}} \end{aligned}$$

となります。

セ　$a=1$ として $S$ を定数と考えると $S=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{c}{b}\right)^3$ より $c=\sqrt[3]{3S}b$ となります。

すなわち $b,c$ は比例関係にあり正の値をとりますので$\underline{0\text{ のグラフ}}$があてはまります。

(2) 考え方は (1) と同様です。

ソ　$x=0$ での値を考えることで交点の $y$ 座標は$\underline{5}$だとわかります。

タ, チ　導関数は $px^2+qx+3$ と表せますので $x=0$ における微分係数は 3 となります。
すなわち接線の方程式は$\underline{y=3x+5}$となります。

ツ　$x=0$ での値を考えることでこの点は$\underline{(0,d)}$とわかります。

テ, ト　導関数が $3ax^2+2bx+c$ となりますので $x=0$ での微分係数は $c$ です。
したがって接線の方程式は$\underline{y=cx+d}$となります。

ナ　$h(x)=(ax^3+bx^2+cx+d)-(cx+d)=ax^3+bx^2$ です。
$h'(x)=3ax^2+2bx=x(3ax+2b)$ ですので $a,b\neq 0$ であることから $h'(x)$ は $x=0$ の前後で負から正に変わります。
これより $h(x)$ は $x=0$ で極小値 0 をとりますので2 のグラフがあてはまります。

ニ〜ノ　$y=f(x)$ と $y=g(x)$ の共有点の $x$ 座標においては $f(x)=g(x)$ が成り立ちます。
これより $f(x)-g(x)=0$ ですのですなわち $h(x)=0$ です。$a,b\neq 0$ なので $h(x)=0$ を解くことで求める値は$\underline{-\frac{b}{a},0}$の 2 つであることがわかります。

ハ〜ホ　$h'(x)$ は $x=-\dfrac{2b}{3a}$ の前後で正から負に変わります。$\dfrac{b}{a}>0,-\dfrac{2}{3}>-1$ ですので増減表は以下のようになります。

| $x$ | $-\frac{b}{a}$ | | $-\frac{2b}{3a}$ | | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $h(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | | $\searrow$ | $0$ |

$h(x)=f(x)-g(x)$ は $-\dfrac{b}{a}\leq x\leq 0$ で非負の値をとりますのでこの区間での最大値は上の増減表における極大値、すなわち$\underline{x=-\frac{2b}{3a}}$のときにとることがわかります。

## 第３問

(1) ア 標本となった人それぞれに対し、「まったく読書をしなかった」かどうかが独立に設定されますので、二項分布に従います。いま標本の大きさを 100、母比率すなわち該当する確率を 0.5 としていますので $X$ は $_3$<u>二項分布 $B(100, 0.5)$</u>に従うことになります。

イウ 二項分布 $B(n,p)$ の平均は $np$ で表されますので値は $100 \cdot 0.5 = \underline{50}$ となります。

エ 二項分布 $B(n,p)$ の分散は $np(1-p)$ で表されますので標準偏差はその平方根、すなわち $\sqrt{100 \cdot 0.5 \cdot (1-0,5)} = \sqrt{25} = \underline{5}$ となります。

(2) オ 平均が 50、標準偏差が 5 となりますので 36 をこれらで表すと $36 = 50 - 14 = 50 + 0.5 \cdot (-2.8)$ となります。
すなわち 36 人以下になるということは平均から標準偏差の 2.8 倍以上少ない値になると言い換えられます。
正規分布表から $z_0 = 2.8$ の値は 0.4974 と出ていますのですなわち $p_5 = 0.5 - 0.4974 = 0.0026$ となります。
したがってあてはまるものは $_1\underline{0.003}$となります。

カ 母比率を 0.4 とした場合、平均は $100 \cdot 0.4 = 40$、標準偏差は $\sqrt{100 \cdot 0.4 \cdot (1-0.4)} = \sqrt{24} < 5$ となります。
すなわち 36 人以下になるということは平均から標準偏差の 1 倍以上少ない値になると言い換えられます。
ということで標準化するとこちらのほうが平均に近くなりますので $_2\underline{p_4 > p_5}$が成り立つといえます。

(3)

キ〜ケ 信頼度 95%にするには正規分布で面積を 0.9500、すなわち平均より大きい部分が 0.4750 となるように範囲を定めます。
正規分布表では $z_0 = 1.96$ のときの値があてはまります。
すなわち標本の平均を $\bar{m}$、標準偏差を $\sigma$、標本の大きさを $N$ とすると $C_1 = \bar{m} - 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, C_2 = \bar{m} + 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ となります。
これより $C_1 + C_2 = 2m = \underline{408}$ であることがわかります。

コ〜シ 上の式から $C_2 - C_1 = 2 \cdot 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 3.92 \cdot 150\sqrt{100} = \underline{58.8}$ と計算できます。

ス $C_1, C_2$ は標本から得られた値であり信頼度は 100%ではないですので運が悪いと $m$ がこの信頼区間の外にくる可能性があります。すなわちあてはまるものは $_3$<u>$C_1 \leq m$ も $m \leq C_2$ も成り立つとは限らない</u>となります。

(4)　セ　図書委員会の調査は校長先生の調査とは独立に標本を抽出していますので校長先生の調査結果による影響を受けません。ということで ${}_3$<u>$n$ と 36 との大小はわからない</u>ということになります。

(5)ソ, タ　選択肢の 0,1,2 は信頼区間の両端に関するもの、3,4,5 は信頼区間の幅に関するものですので、それぞれで検証します。

図書委員会の調査は校長先生の調査と独立ですので、母集団が同じでも信頼区間は独立となります。かなり運が悪いとまったく重ならない可能性も出てきます。

ということで ${}_2$<u>$D_2 < C_1$ または $C_2 < D_1$ となる場合もある</u>が 1 つあてはまります。

次に信頼区間の幅をみます。(3) から信頼区間の幅は信頼度に応じた倍率を $z$ としたとき (正規分布表から $z_0$ が設定した信頼度の半分になるようなものを選ぶ)$2z \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}$ となります。

いま図書委員の調査と校長先生の調査では信頼度 95% ($z = 1.96$)、標本の大きさ $N = 100$、標準偏差 $\sigma = 150$ がすべて一致していますので信頼区間の幅は等しくなります。

ということで ${}_4$<u>$C_2 - C_1 = D_2 - D_1$ が必ず成り立つ</u>ことがいえます。

## 第４問

(1) ア 等差数列の公式をそのままあてはめます。初項が 3 ですのですなわち $a_n = \underline{3} + (n-1)p$ となります。

イ 等比数列の公式をあてはめます。初項が 3 ですので $b_n = \underline{3r^{n-1}}$ となります。

ウ, エ 両辺を $b_n$ で割ると①は $a_n \dfrac{b_{n+1}}{b_n} - 2a_{n+1} + 3\dfrac{b_{n+1}}{b_n} = 0$ となります。$\dfrac{b_{n+1}}{b_n} = r$ ですのでこれは $ra_n - 2a_{n+1} + 3r = 0$ と書き換えられます。これを整理すると $\underline{2a_{n+1} = r(a_n+3)}$ となります。

オ〜キ さらに $a_n, a_{n+1}$ の式を代入すると $2\cdot(3+np) = r\{3+(n-1)p+3\}$ となります。
展開すると $6+2pn = 6r+rpn-rp$ となりますのでこれを整理すると $\underline{(r-2)pn = r(p-6)+6}$ となります。

ク ⑤の右辺は $n$ によらない値ですので $(r-2)p = 0$ でなければならないことから $r = 2$ となります。
すなわち⑤の右辺も 0 になりますので $r = 2$ を代入して $2(p-6)+6 = 0$ となります。
これを解くことで $\underline{p=3}$ を得ます。

(2)

ケ〜サ 等差数列の和の公式を利用することで

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n} a_k &= \frac{n(a_1+a_n)}{2} = \frac{n}{2}\cdot\{2a_1+(n-1)p\} \\ &= \frac{n}{2}\cdot\{2\cdot 3+3(n-1)\} = \underline{\frac{3}{2}n(n+1)}\end{aligned}$$

となります。

シ, ス 等比数列の和の公式を利用することで

$$\sum_{k=1}^{n} b_k = b_1\cdot\frac{r^n-1}{r-1} = 3\cdot\frac{2^n-1}{2-1} = \underline{3(2^n-1)}$$

となります。

(3)

セ, ソ ⑥の式にある変数に代入せずに変形します。これにより $(a_n+3)c_{n+1} = 4a_{n+1}c_n$ となります。
$a_n+3 \neq 0$ なのでこの値で割ることができ、これにより $\underline{c_{n+1} = \dfrac{4a_{n+1}}{a_n+3} = c_n}$ となります。

タ　$p=3$ だったのですなわち $a_{n+1}=a_n+3$ です。したがって
$c_{n+1}=\dfrac{4a_{n+1}}{a_{n+1}}c_n=4c_n$ となりますので、数列 $\{c_n\}$ は公比が 4 の等比数列です。
ということで ${}_2$<u>公比が 1 より大きい等比数列である</u>といえます。

(4)　チ　⑦の式を $b_n$ で割ることで $rd_n-qd_{n+1}+ru=0$ となります。
$r=2$ ですので $qd_{n+1}=2(d_n+u)$ より $\underline{d_{n+1}=\dfrac{2}{q}(d_n+u)}$ となります。

ツ, テ　数列 $\{d_n\}$ が、公比が 0 より大きく 1 より小さい等比数列となるということは、$0<s<1$ である実数 $s$ をもちいてすべての整数 $n$ について $d_{n+1}=sd_n$ となるということです。
上の式と比較することで $sd_n=\dfrac{2}{q}d_n+\dfrac{2u}{q}$ となります。
さらに $d_1\neq d_2$ ですので係数比較により $s=\dfrac{2}{q},\dfrac{2u}{q}=0$ が必要十分となります。
すなわち $0<\dfrac{2}{q}<1,\dfrac{2u}{q}=0$ から求める条件は $\underline{q>2 \text{ かつ } u=0}$ となります。

## 第５問

(1) アイ　$\triangle A_1C_1B_1$ は $B_1A_1 = B_1C_1$ の二等辺三角形ですので
$\angle A_1C_1B_1 = \angle C_1A_1B_1$ です。
また $\angle A_1B_1C_1 = \dfrac{3 \cdot 180^\circ}{5} = 108^\circ$ ですので
$\angle A_1C_1B_1 = \dfrac{1}{2} \cdot (180^\circ - 108^\circ) = \underline{72^\circ}$ となります。

ウ　同様にすると $\angle A_2A_1O = 36^\circ$ であり $\angle A_2A_1C_1 = 36^\circ$ となります。また $A_1A_2 = A_1C_1$ なので $\angle C_1A_1A_2 = 72^\circ$ となります。
これより錯角が等しいことから $\overrightarrow{A_1A_2}$ と $\overrightarrow{B_1C_1}$ が平行となります。
$\left|\overrightarrow{A_1A_2}\right| = a, \left|\overrightarrow{B_1C_1}\right| = 1$ ですので $\overrightarrow{A_1A_2} = \underline{a\overrightarrow{B_1C_1}}$ がわかります。

エ, オ　同様にして $\overrightarrow{A_2B_1} = a\overrightarrow{OA_1}, \overrightarrow{A_1C_1} = a\overrightarrow{OA_2}$ となりますので

$$\begin{aligned} \overrightarrow{B_1C_1} &= \overrightarrow{B_1A_2} + \overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1C_1} \\ &= -a\overrightarrow{OA_1} - \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_1} + a\overrightarrow{OA_2} = \underline{(a-1)}(\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OA_1}) \end{aligned}$$

となります。$\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{A_1A_2}$ ですので係数比較により
$\dfrac{1}{a} = a - 1$ となり、$a > 0$ より $a = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ となります。

(2)

カ〜ク　(1) で $|A_1A_2| = a$ がわかっていますので
$|A_1A_2|^2 = \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \dfrac{1+5+2\sqrt{5}}{4} = \underline{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}}$ がわかります。

ケ〜サ　$\left|\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OA_1}\right|^2 = \left|\overrightarrow{OA_2}\right|^2 + \left|\overrightarrow{OA_1}\right|^2 - 2\overrightarrow{OA_2} \cdot \overrightarrow{OA_1}$ を利用します。
わかっている値を入力すると $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} = 2 - 2\overrightarrow{OA_2} \cdot \overrightarrow{OA_1}$ ですので
$\overrightarrow{OA_2} \cdot \overrightarrow{OA_1} = \dfrac{1}{2} \cdot \left(2 - \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right) = \underline{\dfrac{1-\sqrt{5}}{4}}$ となります。

シ　$\overrightarrow{OB_2} = \overrightarrow{OA_3} + a\overrightarrow{OA_2}$ であり $\overrightarrow{OA_2} \cdot \overrightarrow{OA_3} = \overrightarrow{OA_3} \cdot \overrightarrow{OA_1} = \dfrac{1-\sqrt{5}}{4}$
ですので

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{OB_2} &= \overrightarrow{OA_1} \cdot \left(\overrightarrow{OA_3} + a\overrightarrow{OA_2}\right) \\ &= \overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{OA_3} + a\overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{OA_2} \\ &= (1+a) \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{4} \\ &= -\frac{1+\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

となります。すなわちこの値は ${}_9\underline{\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}}$ となります。

ス $\overrightarrow{\mathrm{OB_2}} = \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} + a\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}$ を利用して計算します。

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{\mathrm{OB_1}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB_2}} &= (\overrightarrow{\mathrm{OA_3}} + a\overrightarrow{\mathrm{OA_2}}) \cdot (\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} + a\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}) \\
&= a^2\overrightarrow{\mathrm{OA_1}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} + \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA_3}} + a\overrightarrow{\mathrm{OA_3}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA_1}} + a|\overrightarrow{\mathrm{OA_2}}|^2 \\
&= (a^2 + a + 1) \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{4} + a \\
&= \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} + \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1\right) \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{4} + \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\
&= \frac{(3+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}{4} + \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 0
\end{aligned}
$$

となりますので、この値は $_0\underline{0}$ となります。

セ $\overrightarrow{\mathrm{B_2D}} = a\overrightarrow{\mathrm{A_2C_1}} = \overrightarrow{\mathrm{OB_1}}$ ですので直線 $\mathrm{OB_1}$ と直線 $\mathrm{B_2D}$ は平行ですので 4 点 $\mathrm{O}, \mathrm{B_1}, \mathrm{D}, \mathrm{B_2}$ は同一平面上にきて、さらに平行四辺形の頂点となります。

さらに $\overrightarrow{\mathrm{OB_1}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB_2}} = 0$ ですのですなわち直線 $\mathrm{OB_1}$ と直線 $\mathrm{OB_2}$ は垂直に交わります。

すなわち $\angle \mathrm{B_1OB_2} = 90°$ でさらに $|\overrightarrow{\mathrm{OB_1}}| = |\overrightarrow{\mathrm{OB_2}}| = a$ ですのですなわち四角形 $\mathrm{OB_1DB_2}$ は $_0$正方形であることがわかります。

# 所感

## 第 1 問

[**1**]

三角関数の問題です。cos を利用した合成もしますが問題文の誘導に従えば難しくないです。

[**2**]

指数対数関数の問題です。見慣れない形式かもしれませんが単純計算でどうにかなります。
この問題は双曲線関数を題材としています。$g(\alpha+\beta) = f(\alpha)g(\beta) + f(\beta)g(\alpha)$ が成り立ちますので計算して確かめてみましょう。

## 第 2 問

微積分を利用した問題です。微分係数や導関数の性質を理解していれば難しくないです。
なお、解答に $c, d$ が出るのはセンターでも長年みられなかった傾向です。

## 第 3 問

統計に関する問題です。これまで第 5 問に位置していましたが今回からここのようです。
用語の意味合いを理解しているかどうかを試す問題が多く見られます。
なお (3) ス、(4) セ、を誤った人は統計を根本から理解していないことになりますので絶対に正解しましょう。

## 第 4 問

数列に関する問題です。いろいろな数列が出てきます。無茶なことを考えなければ問題ないと思います。

## 第 5 問

ベクトルに関する問題です。立体で多くの頂点が出てきますが合同な正五角形ばかりでますので考えやすいと思います。
ですが計算が複雑になるので計算間違いには注意しましょう。