解答

第１問		
解答欄	正解	配点
アイ, ウ	**-2,4**	**3**
エ, オ	**0,4**	**2**
カキ	**-2**	**2**
ク, ケ, コ, サシ	**5,3,6,13**	**3**
ス	**2**	**2**
セソ	**12**	**2**
タ	**4**	**2**
チ	**3**	**2**
ツ, テ	**2,4**	**2**
ト, ナ	**1,0**	**2**
ニ, ヌ	**2,3**	**2**
ネ, ノ	**3,3**	**2**
ハヒ	**-4**	**2**
フ, ヘ, ホ	**8,6,3**	**2**

第２問		
解答欄	正解	配点
ア	**2**	**3**
イウ, エ	**14,4**	**3**
オ	**2**	**3**
カ	**1**	**3**
キ, ク, ケ	**4,7,7**	**3**
コ, サ	**3,5**(順不同)	**3** × **2**
シ	**6**	**3**
ス	**4**	**3**
セ	**3**	**3**

第３問		
解答欄	正解	配点
ア, イ	**0,2**(順不同)	**2** × **2**
ウ, エ	**1,4**	**2**
オ, カ	**1,2**	**2**
キ	**3**	**2**
ク, ケ	**3,8**	**3**
コ, サシ	**7,32**	**4**
ス, セ	**4,7**	**3**

第４問		
解答欄	正解	配点
アイ, ウエ	**26,11**	**3**
オカ, キク	**96,48**	**3**
ケ	**9**	**2**
コサ	**11**	**2**
シス	**36**	**3**
セ, ソ	**5,1**	**3**
タ	**6**	**4**

第５問		
解答欄	正解	配点
ア	**1**	**2**
イ, ウ	**1,8**	**2**
エ, オ	**2,7**	**2**
カ, キク	**9,56**	**4**
ケコ	**12**	**4**
サシ	**72**	**2**
ス	**2**	**4**

解説

第 1 問

[1]

(1)

ア〜ウ　l の傾きは a^2-2a-8 ですのでこれが負になる場合とはすなわち $a^2-2a-8<0$ となる場合です。
$a^2-2a-8=(a+2)(a-4)$ と因数分解できますのでこの値が負となる場合は $\underline{-2<a<4}$ のときとわかります。

(2)

エ, オ　l が x 座標が b の点で x 軸と交わる場合、$0=(a^2-2a-8)b+a$ が成り立ちます。
$a>0$ である場合、$b>0$ となるのは $a^2-2a-8<0$ となる場合ですので (1) の結果を利用すると $\underline{0<a<4}$ がわかります。

カキ　$a\leq 0$ である場合、$b>0$ となるのは $a^2-2a-8>0$ となる場合ですので同様に考えて $\underline{a<-2}$ であることがわかります。

ク〜シ　$a=\sqrt{3}$ のとき $a^2-2a-8=3-2\sqrt{3}-8=-5-2\sqrt{3}$ となりますのですなわち $\sqrt{3}-(5+2\sqrt{3})b=0$ が成り立ちます。したがって

$$\begin{aligned} b &= \frac{\sqrt{3}}{5+2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\cdot(5-2\sqrt{3})}{(5+2\sqrt{3})(5-2\sqrt{3})} \\ &= \frac{5\sqrt{3}-6}{25-12}=\underline{\frac{5\sqrt{3}-6}{13}} \end{aligned}$$

となります。

[2]

(1)　ス　$32=4\cdot 8=6\cdot 5+2$ ですので 4 の倍数ですが 6 の倍数ではありません。すなわち 32 は $P,\overline{Q}$ の元ですので $32\in {}_2\underline{P\cap\overline{Q}}$ がわかります。

(2) セソ　$P\cap Q$ に属するということはすなわち p,q の両方をみたす、ということです。その最小の自然数ということはすなわち 4 と 6 の最小公倍数となりますので、その値は $\underline{12}$ となります。

タ　12 は 24 の倍数ではありませんので $12\ {}_4\underline{\notin} R$ となります。

(3)　チ　(2) から自然数 12 は条件 p,q をともにみたしますが r をみたさないことがわかりましたので、すなわち ${}_3$\underline{「(p かつ q) $\Rightarrow$ r」} の反例であるといえます。

[3]

(1)

ツ, テ 2 次関数のグラフを平行移動した場合、x^2 の係数は変わりません。また 2 点 $(c, 0)(c+4, 0)$ を通るようにした場合、G の式を $y = f(x)$ とすると方程式 $f(x) = 0$ の解は $x = c, c+4$ であり x^2 の係数は 1 ですので $f(x) = (x-c)\{x-(c+4)\}$ がわかります。
$c + (c+4) = 2c + 4 = 2(c+2)$ ですので $y = f(x)$ を問題文に合うように展開すると
$y = x^2 - 2(c + \underline{2})x + c(c + \underline{4})$ となります。

ト〜ヌ $(3, 0), (3, -3)$ を両端とする線分とはすなわち x 座標が 3 で y 座標が -3 以上 0 以下である点の集合です。
$f(3) = (3-c)(-1-c) = c^2 - 2c - 3 = (c-1)^2 - 4$ となりますのですなわち $-3 \leq (c-1)^2 - 4 \leq 0$ となるような c の範囲を求めることになります。
この式から $1 \leq (c-1)^2 \leq 4$ となり、したがって $-2 \leq c - 1 \leq -1$ または $1 \leq c - 1 \leq 2$ となりますから求める範囲は $\underline{-1 \leq c \leq 0, 2 \leq c \leq 3}$となります。

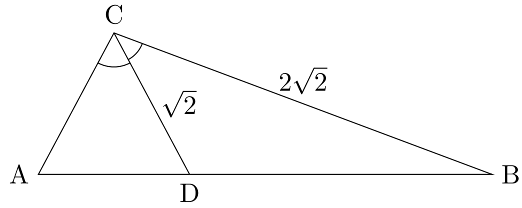
(2)

ネ〜ヒ G が点 $(3, -1)$ を通るとき $f(3) = -1$ より $(c-1)^2 - 4 = -1$ です。
すなわち $(c-1)^2 = 3$ と $2 \leq c \leq 3$ より $c = 1 + \sqrt{3}$ がわかります。
また $f(x)$ の式を平方完成すると
$f(x) = \{x - (c+2)\}^2 + c(c+4) - (c+2)^2 = \{x - (c+2)\}^2 - 4$
となります。すなわち G は x 軸方向に $c + 2 = \underline{3 + \sqrt{3}}$、$y$ 軸方向に $\underline{-4}$平行移動させたものとわかります。

フ〜ホ G と y 軸との交点の y 座標はすなわち $x = 0$ のときの値ですから $c(c+4)$ の値です。いま $c = 1 + \sqrt{3}$ ですのでその値は
$(1 + \sqrt{3})(5 + \sqrt{3}) = 5 + 6\sqrt{3} + 3 = \underline{8 + 6\sqrt{3}}$ と計算できます。

第２問

[1]



ア　△BCD に余弦定理を利用します。
$\mathrm{BD}^2 = \mathrm{BC}^2 + \mathrm{CD}^2 - 2 \cdot \mathrm{BC} \cdot \mathrm{BD} \cdot \cos \angle \mathrm{BCD} = 8 + 2 - 8 \cdot \dfrac{3}{4} = 4$ となりますので $\mathrm{BD} = \sqrt{4} = \underline{2}$ がわかります。

イ～エ　△BCD の 3 辺の大きさがわかりましたので $\cos \angle \mathrm{BDC}$ を求めることができます。
$\cos \angle \mathrm{BDC} = \dfrac{\mathrm{BD}^2 + \mathrm{DC}^2 - \mathrm{BC}^2}{2 \cdot \mathrm{BD} \cdot \mathrm{BC}} = \dfrac{4 + 2 - 8}{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}} = -\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ です。
すなわち ∠ADC が △BDC の ∠BDC における外角であることから
$\cos \angle \mathrm{ADC} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ がわかり、この値は 180° 未満なので
$\sin \angle \mathrm{ADC} = \sqrt{1 - \cos^2 \angle \mathrm{ADC}} = \sqrt{1 - \dfrac{1}{8}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \underline{\dfrac{\sqrt{14}}{4}}$ と計算できます。

オ　線分 CD は ∠ACB を二等分していますので AD:BD=AC:BC です。すなわち $\mathrm{AD} \cdot \mathrm{BC} = \mathrm{BD} \cdot \mathrm{AC}$ がわかり、これより
$\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AD}} = \dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \underline{\sqrt{2}}$ がわかります。

カ　AD=x とすると上記の式より AC=$\sqrt{2}x$ と表せます。∠ADC における余弦定理を利用すると
$\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AD}^2 + \mathrm{CD}^2 - 2 \cdot \mathrm{AD} \cdot \mathrm{CD} \cdot \cos \angle \mathrm{ADC}$ となりますのでそれぞれに代入すると
$2x^2 = x^2 + 2 - x$ となり整理すると $x^2 + x - 2 = 0$ となります。
この左辺は $(x + 2)(x - 1)$ と因数分解できますので $x > 0$ より $x = 1$、すなわち AD=$\underline{1}$がわかります。

キ～ケ　AC=$\sqrt{2} \cdot \mathrm{AD} = \sqrt{2}$=CD がわかりますのですなわち △ACD は AC=DC の二等辺三角形です。したがって $\sin \angle \mathrm{DAC} = \sin \angle \mathrm{ADC} = \dfrac{\sqrt{14}}{4}$ がわかり、外接円の半径を R とすると正弦定理 $\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin \angle \mathrm{BAC}} = 2R$ から R を求められます。
これより $R = \dfrac{\mathrm{BC}}{2 \sin \angle \mathrm{BAC}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{14}}{4}} = \dfrac{4}{\sqrt{7}} = \underline{\dfrac{4\sqrt{7}}{7}}$ と求められます。

[**2**]

(1)

コ, サ それぞれ検証しましょう。

0 例えば第1四分位数より小さいデータは極端に小さい (もしくは第3四分位数より大きいデータは極端に大きい) 場合を考えましょう。
そうすると平均値は無限に小さく (もしくは大きく) できます。
ということでこれは成立しないことがあります。
(実際、24個のデータが-300、残りは値が $1,2,\cdots,75$ とすると平均がマイナスとなり成立しないことがわかる)

1 これは第1四分位数より小さいデータは極端に小さく、第3四分位数より大きいデータは極端に大きい場合を考えると標準偏差が大きくなるようにできます。ということでこれは成立しないことがあります。
(実際、24個の-10、49個の0、24個の10、残りを1と-1にすると四分位範囲は2、標準偏差は6より大きくなる)

2 中央値と等しい値のデータが複数あると中央値より小さい観測値の個数は49個より小さくなることがあります。ということでこれは成立しないことがあります。

3 最大値に等しい観測値を1個削除した場合、中央値は50番目の値から「49番目の値と50番目の値との中間」となります。
第1四分位は「小さい順に並べた後、中央値をとった観測値より手前のデータでみたときの中央値」で求めます。
すなわち最大値に等しい観測値を1個削除する前もした後も第1四分位は49番目までの値で計算しますので**この記述は常に成り立つ**ことがわかります。

4 第1四分位に等しい観測値や第3四分位に等しい観測値が複数あると51個より多く残る可能性があります。ということでこれは成立しないことがあります。

5 第1四分位は25番目の値、第3四分位は75番目の観測値として存在する値ですので四分位範囲はある観測値から別のある観測値までの範囲となります。したがってその外側の観測値をすべて削除すると最大値はもとの第3四分位数、最小値はもとの第1四分位数に等しくなります。ということで**この記述は常に成り立つ**ことがわかります。

したがって<u>3と5</u>が正しいとわかります。

(2)　シ　それぞれの記述を検証します。

(I) 四分位範囲は長方形の箱であらわされます。P10 の四分位範囲をみてみると、第 1 四分位数は 79.6 ぐらいですが第 3 四分位数は 80.9 程度となっています。すなわちこの都道府県は四分位範囲が 1 より大きいですので誤りとわかります。

(II) 中央値は太い線であらわされています。これをみてみるとたとえば P8 の中央値は P7 の中央値より大きくなっていることが読み取れます。ほかにも多くありますのでこの記述は誤りとわかります。

(III) すべての値はひげで記された範囲にきます。P1 の最大値は 79.3 程度であり P47 の最小値は 81.2 程度です。すなわち P47 の最小が P1 の最大より 1.5 以上大きいですのでどのデータでも 1.5 以上の差が生じることになります。ということで正しいとわかります。

したがって正しいものは $_6$(I) 誤,(II) 誤,(III) 正となります。

(3)　ス　データのヒストグラムにある度数を計算すると 2+4+9+3+2=20 となりますので図に出ているものですべてとなります。ということは最小値は 79.5 以上 80.0 未満であり最大値は 81.5 以上 82.0 未満です。この条件から選択肢 0,1,2,3,6,7 を除外できます。
また、小さい値から 9 番目と 10 番目はどちらも 80.5 以上 81.0 未満ですので中央値はこの範囲にきます。(新たに除外されるものはない)
さらに第 1 四分位を考えます。この値は 5 番目と 6 番目の値の中間です。いずれも 80.0 以上 80.5 未満ですから第 1 四分位もこの範囲にくることがわかり、これより選択肢 5 が除外されます。
最後に第 3 四分位を考えます。第 3 四分位は 15 番目と 16 番目の値の中間であり、15 番目は 80.5 以上 81.0 未満、16 番目は 81.0 以上 81.5 未満ですから 81.0 前後にくるのが妥当です。
したがってあてはまる箱ひげ図は選択肢 4とわかります。

(4)　セ　切片が k で傾き 1 の直線ということは縦軸の値 (女) から横軸の値 (男) を引いてえられる値が切片の値ということになります。
ということは補助的にひかれているものは「平均寿命の差が 5.5 となる線から 7.5 となる線まで 0.5 刻み」ということになります。
これをふまえて検証しましょう。端の値でみるのがやりやすいです。
5.5〜6.0 の度数を考えると散布図では差が 5.5 の直線 (引かれているいちばん下の線) と 6.0 の直線との間にくるデータが 9 個あります。

また、7.0〜7.5 の度数を考えると散布図では引かれているいちばん上の線と 7.0 の直線との間にくるデータが 3 個あります。
どちらでみても考えられるヒストグラムは選択肢 3のみであることがわかります。

第３問

[1]

ア, イ　それぞれ検証しましょう。断りはないですがコインは裏表どちらも確率 $\frac{1}{2}$ で出るとして計算します。

0　1 枚のコインを 5 回投げた場合、「少なくとも 1 回は表が出る」という事象の余事象は「5 回とも裏が出る」です。
その確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{32} < \frac{1}{20} = 0.05$ と計算できますので
$p > 1 - 0.05 = 0.95$ が成り立ちます。ということで**この記述は正しい**といえます。

1　確率を「繰り返した試行 (袋から球を 1 個取り出す) の回数」と「その試行で特定の事象となった (赤球が出た) 回数」で計算したことを述べている文章になっています。ということで値に関係なく**この記述は正しくない**といえます。(どの球も等確率で出るとしたら確率が $\frac{3}{5}$ となることはないが、たとえこの値が $\frac{3}{8}$ などありうるものになっていてもこの記述は正しくないので注意)

2　すべてのカードを区別して、すべての取り出し方である ${}_5\mathrm{C}_2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$ 通りが同様に確からしく起こる、と考えます。
こちらも余事象 (2 枚とも同じ文字が出る) で考えましょう。すると「2 枚とも「ろ」」「2 枚とも「は」」の場合に限られそれぞれ 1 通りしかありませんので合わせて $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ です。
したがって書かれた文字が異なる確率は $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ となりますので、**この記述は正しい**といえます。

3　p は「表が出ていて 2 体とも「オモテ」と発言する」確率から「2 体とも「オモテ」と発言する」確率を割ることで得られます。
コインの表が出て 2 体とも「オモテ」と発言したとすると 2 体とも正しく発言していますからその確率は $\frac{1}{2} \cdot (0.9)^2 = \frac{81}{200}$
コインの裏が出て 2 体とも「オモテ」と発言したとすると 2 体とも正しく発言していませんからその確率は $\frac{1}{2} \cdot (0.1)^2 = \frac{1}{200}$
したがって $p = \frac{\frac{81}{200}}{\frac{81}{200} + \frac{1}{200}} = \frac{81}{82} = 1 - \frac{1}{82} > 1 - \frac{1}{10} = 0.9$ となりますので**この記述は正しくない**といえます。

したがって、正しい記述は<u>0 と 2</u>といえます。

[2]

(1)ウ, エ　2 回の結果は「2 回とも表」「2 回とも裏」「1 回は表で 1 回は裏」に分けられます。それぞれの持ち点は順に 4,-2,1 となりますので-2 点となる場合は 2 回とも裏が出た場合のみです。したがってその確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \underline{\frac{1}{4}}$ とわかります。

オ, カ　上記から持ち点が 1 点となる場合は「1 回は表で 1 回は裏」の場合のみとわかります。その場合は出た面が順に「表裏」「裏表」の 2 通りがありますのでその確率は $\frac{2}{4} = \underline{\frac{1}{2}}$ とわかります。

(2)　キ　表が a 回、裏が b 回出て持ち点が 0 点になったとすると $2a - b = 0$ となりますので $b = 2a$ でなければなりません。すると投げた回数は $a + b = 3a$ 回となりますので 3 の倍数回投げた場合のみ 0 点になりうることがわかります。
このゲームはコインを 5 回投げたら終了ですので 0 点になりうるのは$\underline{3}$回投げた場合に限られることがわかります。

ク, ケ　3 回投げて持ち点が 0 点になる場合、上記において $a = 1$ の場合ですので表が 1 回、裏が 2 回出た場合となります。
このことから 3 回で持ち点が 0 点になる確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot {}_3\mathrm{C}_1 = \underline{\frac{3}{8}}$ とわかります。

(3)

コ〜シ　持ち点が 4 点で終了するには 5 回投げなければなりません (そうでなければ 0 点になる)。
すなわち表が c 回、裏が d 出たとすると $2c - d = 4, c + d = 5$ となる必要があります。これを解くと $c = 3, d = 2$ がわかります。
ただし 3 回目終了時に 0 点になってはいけませんのでこの場合を除外します。(0 点になる場合は 3 回目までで表 1 回裏 2 回なので 4 回目と 5 回目が表になる場合を除くことになる)
これを考えるとその確率は
$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot ({}_5\mathrm{C}_3 - {}_3\mathrm{C}_1 \cdot {}_2\mathrm{C}_2) = \frac{10 - 3 \cdot 1}{32} = \underline{\frac{7}{32}}$ と求められます。

(4)ス, セ　2 回投げ終わって持ち点が 1 点であり、さらにゲームが終了した時点で持ち点が 4 点になる場合は、2 回終了時に 1 点を取った後 3 回目で表が出て (裏がでるとそこで終了してしまう)、さらに 4 回目と 5 回目の合計が 1 点 (つまり 2 回投げて持ち点が 1 点増える) となる場合です。この確率は (1) の結果を利用すると $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ と計算できます。
したがって求める確率は $\frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{32}} = \underline{\frac{4}{7}}$ となります。

第 4 問

(1)

ア〜エ 与えられた等式の両辺を計算すると $99x = 234$ となりますので、$x = \dfrac{234}{99} = \underline{\dfrac{26}{11}}$ となります。

(2)

オ〜ク 同じように等式の両辺を計算すると $48y_{(10)} = 2ab_{(7)} - 2_{(7)}$ となります。
7 進法で $2ab$ と書かれる値は $2 \cdot 7^2 + a \cdot 7 + b = 98 + 7a + b_{(10)}$ ですのでこれを利用すると
$y = \dfrac{(98 + 7a + b) - 2}{48} = \underline{\dfrac{96 + 7 \times a + b}{48}}$ と表せることがわかります。

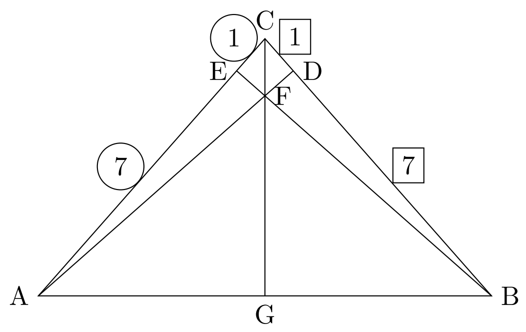
ケ〜サ いま y は $2.\dot{a}\dot{b}$ で表されるとしていますのですなわち $2 \leq y < 3$ であることがわかります。
$2 = \dfrac{8}{4}, 3 = \dfrac{12}{4}$ ですので分母が 4 で分子が奇数であれば y としてありうるものは$\underline{\dfrac{9}{4}, \dfrac{11}{4}}$とわかります。

シス $y = \dfrac{11}{4}$ であればすなわち $\dfrac{11}{4} = \dfrac{96 + 7 \times a + b}{48}$ が成り立ちます。
分母をはらうと $11 \cdot 12 = 8 \cdot 12 + 7 \cdot a + b$ となりますので
$7 \times a + b = 3 \cdot 12 = \underline{36}$ がわかります。

セ, ソ 上の式から $36 - b = 7 \cdot a$ となりますから $36 - b$ は 7 で割り切れます。さらに $0 \leq b \leq 6$ ですので b は 36 を 7 で割った余りということがわかり、a は商であるとわかります。
すなわち割り算をすることで$\underline{a = 5, b = 1}$がわかります。

タ $y - 2$ は $0 \leq n < 48$ をみたすある整数 n によって $\dfrac{n}{48}$ とあらわされます。この値が分子が 1 で分母が 2 以上の整数になるならば $\dfrac{48}{n}$ が整数になりますので n は 48 の約数であるといえます。
$48 = 2^4 \cdot 3$ ですので 48 の約数は $(4 + 1) \cdot (1 + 1) = 10$ 個です。
しかし (2) の冒頭で $a \neq b$ を条件に記していますので $a = b$ になってしまっている場合を除外しないといけません。
$a = b$ となるならば $y = \dfrac{96 + 7 \times a + a}{48} = 2 + \dfrac{a}{6}$ となります。
ということは分母が 6 の約数になっていると $y = 2 + \dfrac{m}{6}$ となる整数 m が存在して $y = 2.\dot{m}$ となってしまいます。
なので 6 の約数を除外します。$6 = 2 \cdot 3$ ですのでその個数は
$(1 + 1) \cdot (1 + 1) = 4$ 個です。
6 の約数に 1 がありますのでこの個数を抜けば求める個数となります。ということで求める個数は 10-4=<u>6</u>個とわかります。

第５問



ア　チェバの定理 $\dfrac{\mathrm{GB}}{\mathrm{AG}}\cdot\dfrac{\mathrm{DC}}{\mathrm{BD}}\cdot\dfrac{\mathrm{EA}}{\mathrm{CE}}=1$ を利用します。

いま D は辺 BC を 7:1 に内分し、E は辺 AC を 7:1 に内分する点となっていますから BD:DC=7:1,CE:EA=1:7 です。

したがって $\dfrac{\mathrm{GB}}{\mathrm{AG}}=\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DC}}\cdot\dfrac{\mathrm{CE}}{\mathrm{EA}}=\dfrac{7}{1}\cdot\dfrac{1}{7}=\underline{1}$ がわかります。

イ, ウ　三角形 BAD と直線 CF に着目してメネラウスの定理 $\dfrac{\mathrm{CD}}{\mathrm{BC}}\cdot\dfrac{\mathrm{FA}}{\mathrm{DF}}\cdot\dfrac{\mathrm{GB}}{\mathrm{AG}}=1$ を利用します。

ここまでの計算より AG=GB であり BD:DC=7:1 より BC:CD=8:1 となりますので $\dfrac{\mathrm{FD}}{\mathrm{AF}}=\dfrac{\mathrm{CD}}{\mathrm{BC}}=\dfrac{1}{\underline{8}}$ がわかります。

エ, オ　今度は三角形 BGC と直線 AF に着目してメネラウスの定理 $\dfrac{\mathrm{AG}}{\mathrm{BA}}\cdot\dfrac{\mathrm{FC}}{\mathrm{GF}}\cdot\dfrac{\mathrm{DB}}{\mathrm{CD}}=1$ を利用します。

AG:GB=1:1 より AG:BA=1:2 ですので $\dfrac{\mathrm{FC}}{\mathrm{GF}}=\dfrac{\mathrm{BA}}{\mathrm{AG}}\cdot\dfrac{\mathrm{CD}}{\mathrm{DB}}=\dfrac{2}{1}\cdot\dfrac{1}{7}=\dfrac{2}{\underline{7}}$ がわかります。

カ〜ク　高さをそろえて考えることで $\triangle\mathrm{BFG}:\triangle\mathrm{BCG}=\mathrm{GF}:\mathrm{GC}$ と $\triangle\mathrm{CDG}:\triangle\mathrm{CBG}=\mathrm{CD}:\mathrm{BC}$ がわかります (「$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積」を単に「$\triangle\mathrm{ABC}$」と表記)。これを利用すると

$\dfrac{\triangle\mathrm{CDG}}{\triangle\mathrm{BFG}}=\dfrac{\triangle\mathrm{BCG}}{\triangle\mathrm{BFG}}\cdot\dfrac{\triangle\mathrm{CDG}}{\triangle\mathrm{CBG}}=\dfrac{\mathrm{CG}}{\mathrm{FG}}\cdot\dfrac{\mathrm{CD}}{\mathrm{CB}}=\dfrac{7+2}{7}\cdot\dfrac{1}{1+8}=\dfrac{9}{\underline{56}}$ がわかります。

ケコ　直線 BG と直線 DF が点 A で交わることに着目して方べきの定理 $\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AF}=\mathrm{AG}\cdot\mathrm{AB}$ を利用します。

いま FD=1 であることから $\mathrm{AF}=8\cdot\mathrm{FD}=8$ であり $\mathrm{AD}=\mathrm{AF}+\mathrm{FD}=9$ がわかります。

また AG:AB=1:2 ですので $\mathrm{AG}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AB}$ もわかります。

これらを代入すると $9\cdot 8=\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AB}$ となりすなわち $\mathrm{AB}^2=144$ がわかります。

したがって$\underline{\mathrm{AB}=12}$と求められます。

サシ　AE=$3\sqrt{7}$ であるとき EC=$\frac{1}{7}\cdot \mathrm{AE} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$ です。

ということで AC=AE + EC $= \frac{21\sqrt{7}}{7} + \frac{3\sqrt{7}}{7} = \frac{24}{\sqrt{7}}$ がわかります。

これより $\mathrm{AE}\cdot\mathrm{AC} = (3\sqrt{7})\cdot\frac{24}{\sqrt{7}} = \underline{72}$ と求められます。

ス　△AEG に着目しましょう。ここまでの結果から $\mathrm{AE}{\cdot}\mathrm{AC} = \mathrm{AG}{\cdot}\mathrm{AB} = 72$

がわかりましたのでここから AE:AG=AB:AC がわかります。

また △AEG と △ABC が ∠A を共有していますので

すなわち △AEG ∼ △ABC がわかります。

したがって $\angle\mathrm{AEG} = {}_{2}\underline{\angle\mathrm{ABC}}$ がわかります。

所感

　今までと傾向の異なる問題が多くみられました。
選択問題は第 3 問と第 4 問がやりやすかったのではないかと思います。

第 1 問

[1]

　1 次関数のような 2 次関数の問題です。丁寧な場合分けや分母の有理化に気を付ければ大丈夫だと思います。

[2]

　集合と条件に関する問題です。最初の選択肢が少々面倒ですが難しくはないでしょう。

[3]

　2 次関数のグラフを移動させることを考える問題です。少し考える部分がありますが比較的計算しやすい設定になっています。
また、今回の設問は数学 I の問題から一部誘導 ($f(3)$ の式を答える部分に関係する記述) を省略した形式になっています。

第 2 問

[1]

　図形と計量に関する問題です。今回は数学 I と異なる問題になっています。値を求めるのに段階をふむ必要があるものが多く、時間をとられやすいので注意です。

[2]

　データの分析に関する問題です。(1) は高校数学における四分位数の定義を正確に理解し、またデータとしてありうる可能性を多く考えていないと解けない難問です。
(2)〜(4) は図の読み方を押さえていれば問題ないと思います。

第３問

　確率に関する問題です。
[1] は計算するものが多く下手するとかなり時間をとられます。
[2] はここでは式を利用して途中終了する条件を出していますが可能なゲーム進行を地道に書き並べる方法をとってもそれほど変わらずに解けると思います。

第４問

　整数の性質に関する問題です。循環小数と n 進法を題材としていますが原理がわかっていれば解き進められるでしょう。
最後は問題をちゃんと読んでいないと誤答しやすいので注意です。

第５問

　図形の性質に関する問題です。着目する観点の数が多く混乱しやすかったと思います。
経験を積んでいれば対処できたのではないでしょうか。
実は、問題の図は最終的に AC=BC=$\frac{24}{\sqrt{7}}$ の二等辺三角形であり、さらに F が三角形の垂心であることがわかります。