解答

第１問		
解答欄	正解	配点
ア, イ, ウ	**6,2,9**	**2**
エ	**0**	**1**
オ, カ	**3,4**	**2**
キク, ケ	**-4,3**	**2**
コ	**5**	**2**
サ, シ, ス	**2,6,8**	**4**
セ, ソ	**1,3**	**2**
タ	**1**	**1**
チ	**2**	**1**
ツ	**7**	**1**
テ, ト	**3,1**	**2**
ナ	**2**	**2**
ニ	**0**	**2**
ヌ	**0**	**1**
ネ	**4**	**2**
ノ	**3**	**1**
ハヒ	**11**	**2**

第２問		
解答欄	正解	配点
ア	**0**	**1**
イウ	**-3**	**2**
エ, オ, カ	**3,3,2**	**3**
キ	**0**	**2**
クケ	**-3**	**1**
コサ	**-1**	**2**
シ	**1**	**1**
ス	**3**	**1**
セ	**1**	**2**
ソ, タ	**1,3**	**2**
チ, ツ, テ	**3,1,3**	**3**
ト	**2**	**1**
ナ, ニ, ヌ	**6,2,3**	**3**
ネ, ノ	**1,3**	**3**
ハ	**3**	**3**

第３問		
解答欄	正解	配点
アイ, ウ	**-5,2**	**2**
エ, オ	**4,2**	**2**
カ	**2**	**1**
キ, ク, ケ	**3,2,1**	**3**
コ, サ, シ	**7,4,2**	**2**
スセソ	**-34**	**1**
タ, チ, ツテ	**1,3,20**	**3**
ト	**6**	**1**
ナニ	**-2**	**3**
ヌネノ	**428**	**2**

第４問		
解答欄	正解	配点
ア, イ	**3,5**	**1**
ウ, エ	**3,5**	**1**
オ, カ, キク	**6,6,-3**	**2**
ケコ, サ	**-1,2**	**2**
シ	**0**	**1**
ス	**2**	**2**
セ, ソ, タチ	**8,2,-7**	**2**
ツ	**6**	**2**
テ	**6**	**1**
トナ	**85**	**3**
ニ, ヌ	**7,6**	**1**
ネノ, ハ, ヒフ, ヘホ	**17,3,20,-7**	**2**

第５問		
解答欄	正解	配点
アイ	**95**	**1**
ウエ	**20**	**1**
オ, カキ	**0,25**	**2**
クケ	**40**	**2**
コ	**1**	**2**
サ, シ	**1,9**	**2**
ス, セソ	**1,71**	**2**
タ	**2**	**2**
チツ	**95**	**1**
テトナ	**103**	**1**
ニ	**8**	**2**
ヌ	**6**	**2**

解説

第 1 問

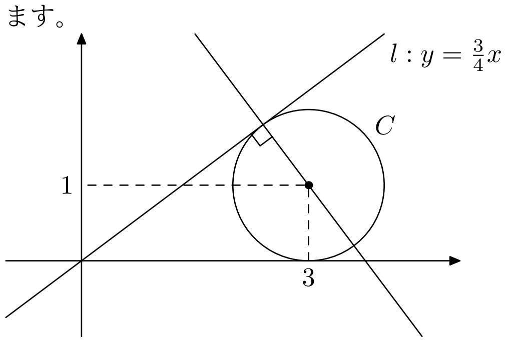
[1]

(1)

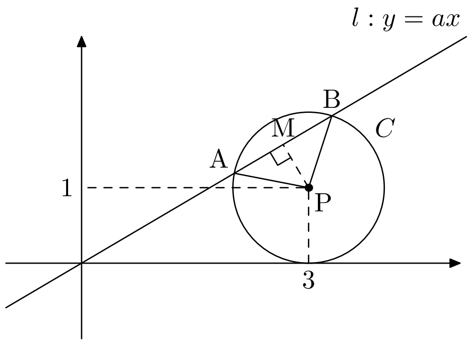
ア〜ウ　C は中心が (3,1)、半径が 1 ですので方程式は $(x-3)^2+(y-1)^2=1$ と表されます。
これを展開して整理すると $\underline{x^2+y^2-6x-2y+9=0}$ となります。

(2)

エ〜カ　C と l が接する場合は C の中心と l との距離が C の半径に等しくなる場合です。l を $ax-y=0$ と変形するとこの関係から
$\dfrac{|3a-1|}{\sqrt{a^2+1}}=1$ をみたす場合だとわかります。
2 乗して整理すると $9a^2-6a+1=a^2+1$ より $8a^2-6a=0$ です。
$8a^2-6a=2a(4a-3)$ より l が接するのは $\underline{a=0,\dfrac{3}{4}}$ のときとなります。



キ〜コ　C と l が接するとき、その接点を通り l に垂直な直線は C の中心を通ります。またその傾きを b とすると $ab=-1$ が成り立ちます。
いま $a=\dfrac{3}{4}$ としていますので $b=-\dfrac{4}{3}$ でありこの方程式は
$y=-\dfrac{4}{3}(x-3)+1$ と表せます。これを整理すると $\underline{y=-\dfrac{4}{3}x+5}$ となります。



(3)

サ〜ス　C の中心を P として、P から l に垂線を引きます。その足を M とすると $\mathrm{AM}^2 + \mathrm{PM}^2 = \mathrm{AP}^2, \mathrm{AM} = \mathrm{BM}$ が成り立ちますので
$\mathrm{AB} = 2\sqrt{\mathrm{AP}^2 - \mathrm{PM}^2}$ で求められます。
AP は C の半径、PM は P と l との距離ですので
$\mathrm{AB} = 2\sqrt{1 - \dfrac{(3a-1)^2}{a^2+1}} = \underline{2\sqrt{\dfrac{6a-8a^2}{a^2+1}}}$ と求められます。

セ, ソ　AB の長さが 2 となるということは線分 AB が円の直径になる、ということですから l が P を通ることになります。すなわち $1 = 3a$ が成立しますので$\underline{a = \dfrac{1}{3}}$のときとわかります。

[**2**]

(1)

タ, チ $2^0=1, 2^1=2$ なので$\underline{\log_2 1=0, \log_2 2=1}$です。

ツ $2^6=64, 2^7=128$ ですので x が 100 以下の正の整数で $\log_2 x$ が整数になるものは $x=2^0,2^1,2^2,\cdots,2^6$ の7 個となります。

(2)

テ, ト $54=3^3\cdot 2$ ですので $\log_2 54=3\log_2 3+\log_2 2=\underline{3r+1}$ です。

ナ $\dfrac{r+3}{2}=\dfrac{1}{2}(\log_2 3+3\log_2 2)=\dfrac{1}{2}\log_2 24=\log_2\sqrt{24}$ です。
$5=\sqrt{25}$ であり底が 1 より大きいですので $\log_2\sqrt{25}>\log_2\sqrt{24}$
すなわち$\underline{2{:}\log_2 5>\dfrac{r+3}{2}}$がわかります。

ニ $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\log_2\frac{1}{\sqrt{3}}}{\log_2\frac{1}{2}}=-\log_2\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\log_2\sqrt{3}$ です。
$\sqrt{3}<3$ ですので $\log_2\sqrt{3}<\log_2 3$ がわかり、したがって
$\underline{0{:}\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{\sqrt{3}}<r}$がわかります。

(3) ヌ いま k は 3 以上ですので $2<k=k^1$ がわかります。
また $k^0=1<2$ ですので $0\leq\log_k 2<1$ です。すなわち
$n\leq\log_k 2<n+1$ をみたす整数 n は$\underline{0}$とわかります。

ネ $\dfrac{m}{10}\leq\log_k 2$ を変形すると $m\log_k k\leq 10\log_k 2$ となりさらに $\log_k k^m\leq\log_k 2^{10}$ とできます。
底が 1 より大きいですので真数を比較して$\underline{4{:}k^m\leq 2^{10}}$とできます。

ノ 同様に $\dfrac{m+1}{10}>\log_k 2$ は $k^{m+1}>2^{10}$ とできますので
$k^m\leq 2^{10}<k^{m+1}$ となる整数 m を探すことで $\log_k 2$ の小数第一位が求められます。
$k=7$ のとき $7^3=343, 7^4=2401$ であり $2^{10}=1024$ ですので
$7^3\leq 2^{10}<7^4$ がわかります。
これは $0.3\leq\log_7 2<0.4$ と言い換えられますので $\log_7 2$ の小数第一位は$\underline{3}$と求められます。

ハヒ また $10^3\leq 2^{10}$ ですが $11^2=121, 11^3=1331$ より $11^2\leq 2^{10}<11^3$ ですので $\log_k 2=0.2\cdots$ となる最小の k は$\underline{11}$とわかります。

第２問

(1)　ア　$f(x)$ は $x=1$ で極値をとりますので$\underline{f'(1)=0}$がわかります。

イウ　$f'(x)=3px^2+q$ ですので $x=1$ を代入して $3p+q=0$ となり、すなわち$\underline{q=-3p}$がわかります。

エ〜カ　点 $(s, f(s))$ における C の接線の式は $y=f'(s)(x-s)+f(s)$ となります。
展開して $y=(3ps^2-3p)(x-s)+ps^3-3ps$ となり、
整理して$\underline{y=(3ps^2-3p)x-2ps^3}$となります。

キ〜ケ　接線の傾きは $3ps^2-3p$ ですから$\underline{s=0}$のときに最小値$\underline{-3p}$をとります。

(2)

コ〜ス　C と直線 $y=-x$ の共有点の x 座標においては $px^3+qx=-x$ が成り立ちます。
式をまとめると $px^3+(1-3p)x=0$ となり、これはさらに $x(px^2+1-3p)=0$ と変形できます。
ということは $1-3p<0$ のときは $x=0, \pm\sqrt{3p-1}$ で共有点をもち、$1-3p\geq 0$ のときは $x=0$ でのみ共有点をもちます。
すなわち$\underline{-3p\geq -1}$のときに共有点は$\underline{1}$個、$-3p<-1$ のときに$\underline{3}$個もつことになります。

セ〜タ　C と l との共有点の個数は方程式 $px^3+(1-3p)x=r$ の解の個数です。左辺を $g(x)$ とおくと $g'(x)=3px^2+(1-3p)$ です。
この値が負になることがある場合 $g(x)$ は極値をもちますので r の値によっては共有点が 3 個になります。
逆に $1-3p\geq 0$ のとき $g'(x)$ はつねに 0 以上ですので $g(x)$ は単調増加となります。
すなわち$\underline{0<p\leq \frac{1}{3}}$のときは r によらず共有点は$\underline{1}$個となります。

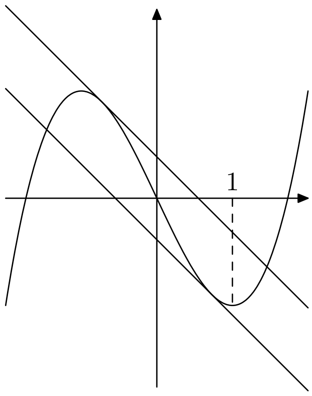
(3)

チ〜テ　C の接線の傾きが-1 になるときはすなわち $f'(s)=-1$ が成り立つときです。
すなわち $3ps^2-3p=-1$ より $s^2=\dfrac{3p-1}{3p}$ がわかります。いま $p>\dfrac{1}{3}$ としていますので$\underline{s=\pm\sqrt{\dfrac{3p-1}{3p}}}$のときに $f'(s)=-1$ になることがわかります。

ト　l がどちらかに一致するとき l は C の接線となりますので C と l との共有点は$\underline{2}$個となります。

ナ〜ヌ　接線の傾きが-1 に一致するときその式は $y = -x \pm \dfrac{6p-2}{3}\sqrt{\dfrac{3p-1}{3p}}$ となりますので l が 3 個の共有点をもつ場合は $|r| < \underline{\dfrac{6p-2}{3}}\sqrt{\dfrac{3p-1}{3p}}$ であるとわかります。

C に接した状態の l



(4)

ネ, ノ　曲線 $y = x^2 - 1$ と $x = u, x = t(t > u, u \geq 1)$ で囲まれた図形の面積は $\int_u^t (x^2-1)dx$ と表されます。積分計算すると $\dfrac{1}{3}t^3 - t - \left(\dfrac{1}{3}u^3 - u\right)$ となります。これがつねに $f(t) = pt^3 - 3pt$ と等しいとき、係数比較により $\underline{p = \dfrac{1}{3}}$ がわかります。

ハ　さらに定数項を比較することで $\dfrac{1}{3}u^3 - u = 0$ がわかります。$\dfrac{1}{3}u^3 - u = \dfrac{1}{3}u(u^2-3)$ なので $\dfrac{1}{3}u^3 - u = 0$ をみたすものは $u = 0, \pm\sqrt{3}$ であり、いま $u \geq 1$ で考えていますので $\underline{u = \sqrt{3}}$ であるとわかります。

第３問

(1)

ア〜ウ　$b_n = \dfrac{a_n}{n(n+1)}$ ですので $b_1 = \dfrac{a_1}{1\cdot(1+1)} = \underline{-\dfrac{5}{2}}$ です。

エ, オ　$a_n = n(n+1)b_n$ とできますので漸化式は
$n(n+1)(n+2)b_{n+1} = n(n+1)(n+2)b_n + 4(n+1)$ と変形されます。
$n > 0$ ですのでこの式は $n(n+1)(n+2)$ で割ることができ、
$b_{n+1} = b_n + \dfrac{4}{n(n+2)}$ とできます。
したがって $b_{n+1} - b_n = \dfrac{4}{\underline{n(n+2)}}$ がわかります。

カ　k が正の整数のとき $\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+2} = \dfrac{(k+2)-k}{k(k+2)} = \dfrac{2}{k(k+2)}$ ですので $\dfrac{4}{k(k+2)} = \underline{2}\left(\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+2}\right)$ です。

キ〜ケ　$n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{n-1}\frac{4}{k(k+2)} &= \sum_{k=1}^{n-1}2\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)\\
&= 2\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+2\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+2\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots\\
&\quad +2\left(\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n}\right)+2\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)\\
&= 2\cdot\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\\
&= 3-\frac{2(n+1)+2n}{n(n+1)} = \frac{3n(n+1)-2(n+1)-2n}{n(n+1)}\\
&= \underline{\frac{3n^2-n-2}{n(n+1)}}
\end{aligned}$$

とできます。

コ〜シ　$\{b_n\}$ の階差がわかりましたので $n \geq 2$ のとき
$b_n = b_1 + \dfrac{3n^2-n-2}{n(n+1)}$ がわかります。
この式は $n=1$ でも成り立ち、$b_1 = -\dfrac{5}{2} = \dfrac{-5n^2-5n}{2n(n+1)}$ ですので
$b_n = \dfrac{n^2-7n-4}{2n(n+1)}$ となり、したがって $\underline{a_n = \dfrac{n^2-7n-4}{2}}$ であることがわかります。

(2)

ス〜ソ　$S_n = n(2a_n - 24)$ となっています。$S_1 = c_1$ ですので $n = 1$ を計算すると $c_1 = 1 \cdot (2a_1 - 24) = \underline{-34}$ がわかります。

タ〜テ　$n \geq 2$ のとき $S_n = c_1 + \cdots + c_{n-1} + c_n = S_{n-1} + c_n$ ですので

$$\begin{aligned} c_n &= S_n - S_{n-1} = n(2a_n - 24) - (n-1)(2a_{n-1} - 24) \\ &= n(n^2 - 7n - 4 - 24) - (n-1)\{(n-1)^2 - 7(n-1) - 4 - 24\} \\ &= (n^3 - 7n^2 - 28n) - (n-1)(n^2 - 9n - 20) \\ &= (n^3 - 7n^2 - 28n) - (n^3 - 10n^2 - 11n + 20) \\ &= 3n^2 - 17n - 20 = \underline{(n+1)(3n-20)} \end{aligned}$$

とできます。$n = 1$ のときもこの等式は成立します。

ト　ここから、$n + 1 > 0$ より $c_n < 0$ となる場合は $3n - 20 < 0$ の場合であり、すなわち $n < \dfrac{20}{3} = 6 + \dfrac{2}{3}$ のときです。
よって$\underline{1 \leq n \leq 6}$のとき $c_n < 0$ であり $n > 6$ のとき $c_n > 0$ とわかります。

ナニ　すなわち $|c_1| = -c_1, \cdots, |c_6| = -c_6, |c_7| = -c_7, \cdots, |c_{10}| = c_10$ ですので

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} |c_n| &= -(c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_6) + (c_7 + c_8 + c_9 + c_{10}) \\ &= -S_6 + (S_{10} - S_6) = \underline{-2S_6 + S_{10}} \end{aligned}$$

と変形できます。

ヌネノ　さらに計算すると

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} |c_n| &= -2 \cdot 6 \cdot (2a_6 - 24) + 10 \cdot (2a_{10} - 24) \\ &= -12 \cdot (6^2 - 7 \cdot 6 - 28) + 10 \cdot (10^2 - 7 \cdot 10 - 28) \\ &= -12 \cdot (-34) + 10 \cdot 2 = \underline{428} \end{aligned}$$

と求められます。

第４問

(1)

ア〜エ　$\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right| = \sqrt{0^2+6^2+3^2} = \sqrt{45} = \underline{3\sqrt{5}}$,
$\left|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right| = \sqrt{4^2+(-2)^2+(-5)^2} = \sqrt{45} = \underline{3\sqrt{5}}$ と計算できます。

オ〜ク　三角形 OPQ は OP=OQ の二等辺三角形とわかりました。したがって l は線分 PQ の中点を通ることがわかります。
線分 PQ の中点を M とすると
$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}) = \left(\frac{0+4}{2}, \frac{6-2}{2}, \frac{3-5}{2}\right) = (2,2,-1)$ です。
$\left|\overrightarrow{\mathrm{OM}}\right| = \sqrt{2^2+2^2+(-1)^2} = \sqrt{9} = 3$ ですので $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ として考えられるものは $\pm\frac{9}{3}\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \pm 3\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ です。
x 成分が正ですので $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = 3\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ となり A の座標は$\underline{(6,6,\text{-}3)}$とわかります。

(2)

ケ〜サ　$\vec{n} = (2,x,y)$ とおきます。$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \perp \vec{n}, \overrightarrow{\mathrm{OQ}} \perp \vec{n}$ ですので
すなわち $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\vec{n} = \overrightarrow{\mathrm{OQ}}\cdot\vec{n} = 0$ です。
$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\vec{n} = 0\cdot 2+6x+3y, \overrightarrow{\mathrm{OQ}}\cdot\vec{n} = 4\cdot 2-2x-5y$ ですので整理すると $2x+y=0, 2x+5y=8$ となるので $x=-1, y=2$、したがって $\vec{n} = \underline{(2,-1,2)}$ です。

シ　H は α 上の点なのである実数 s,t によって $\overrightarrow{\mathrm{OH}} = s\overrightarrow{\mathrm{OP}} + t\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ と表せますので $\overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\vec{n} = s\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\vec{n} + t\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\cdot\vec{n} = \underline{0}$ がわかります。

ス　$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\vec{n} = \overrightarrow{\mathrm{OR}} - k\vec{n}$ としていますので $(\overrightarrow{\mathrm{OR}} - k\vec{n})\cdot\vec{n} = \overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\vec{n} = 0$ です。

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{\mathrm{OR}} - k\vec{n})\cdot\vec{n} &= \overrightarrow{\mathrm{OR}}\cdot\vec{n} - k|\vec{n}|^2 \\ &= \{12\cdot 2 + 0\cdot(-1) - 3\cdot 2\} - k(2^2+1^2+2^2) \\ &= 18-9k\end{aligned}$$

ですのでこれが 0 になるとき$\underline{k=2}$となることがわかります。

セ〜チ　$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \overrightarrow{\mathrm{OR}} - 2\vec{n} = (12-2\cdot 2, 0-2\cdot(-1), -3-2\cdot 2)$ ですので H の座標は$\underline{(8,2,\text{-}7)}$となります。

ツ　$\left|\overrightarrow{\mathrm{HR}}\right| = 2|\vec{n}| = 2\cdot\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2} = 2\sqrt{9}$ ですので HR の長さは$\underline{6}$です。

(3) テ A と H の間の距離は $\left|\overrightarrow{\mathrm{HA}}\right|$ で表されます。

$\overrightarrow{\mathrm{HA}} = (6-8, 6-2, -3-(-7)) = (-2, 4, 4)$ ですので

$\left|\overrightarrow{\mathrm{AH}}\right| = \sqrt{(-2)^2+4^2+4^2} = \sqrt{36}$ となり、距離は$\underline{6}$だとわかります。

トナ RH は平面 α に垂直ですので $\overrightarrow{\mathrm{HB}} \perp \overrightarrow{\mathrm{RH}}$ ですので

$\left|\overrightarrow{\mathrm{RB}}\right| = \sqrt{\left|\overrightarrow{\mathrm{HB}}\right|^2 + \left|\overrightarrow{\mathrm{HR}}\right|^2}$ と表されます。

$\overrightarrow{\mathrm{HB}} = \overrightarrow{\mathrm{HA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ ですので $\overrightarrow{\mathrm{HA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ のなす角を θ とすると

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{\mathrm{HB}}\right|^2 &= \left|\overrightarrow{\mathrm{HA}}\right|^2 + \left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|^2 + 2\overrightarrow{\mathrm{HA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}} \\ &= 6^2+1^2+2\cdot6\cdot1\cdot\cos\theta = 37+12\cos\theta\end{aligned}$$

がわかります。したがって $\cos\theta = 1$ のときに $\left|\overrightarrow{\mathrm{HB}}\right|$ は最大となり、その値は $\sqrt{49} = 7$ です。

よって RB の長さの最大値は $\sqrt{6^2+7^2} = \underline{\sqrt{85}}$ とわかります。

ニ, ヌ RB の長さが最大のとき $\theta = 0$ ですので $\overrightarrow{\mathrm{HA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ は向きが一致することがわかり、すなわち $\overrightarrow{\mathrm{HA}} = 6\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ です。

また $\overrightarrow{\mathrm{HB}} = \overrightarrow{\mathrm{HA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}} = 7\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ なので $\overrightarrow{\mathrm{HB}} = \dfrac{7}{\underline{6}}\overrightarrow{\mathrm{HA}}$ がわかります。

ネ〜ホ RB の長さが最大のとき $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{\mathrm{OH}} + \overrightarrow{\mathrm{HB}} = (8, 2, -7) + \dfrac{7}{6}(-2, 4, 4)$ とできますので B の座標は$\underline{\left(\dfrac{17}{3}, \dfrac{20}{3}, -\dfrac{7}{3}\right)}$とわかります。

第５問

(1)

ア〜エ　確率変数 X が平均 m, 標準偏差 σ の正規分布に従うとき、標準化した確率変数 $Z = \dfrac{X-m}{\sigma}$ は標準正規分布にしたがいます。ということで$\underline{Z = \dfrac{X-95}{20}}$とすると標準正規分布にしたがうことがわかります。

オ〜キ　$X = 20Z + 95$ ですので $X \geq 100$ のとき $20Z + 95 \geq 100$ となり、これを変形すると $Z \geq 0.25$
すなわち $P(X \geq 100) = \underline{P(Z \geq 0.25)}$ がわかります。

クケ　$P(0 \leq Z < 0.25) = 0.0987$ とありますので
$P(Z \geq 0.25) = 0.5 - 0.0987 = 0.4013$ となり、すなわち合格率は$\underline{40\%}$とわかります。

コ　上位 10%に入る入る点数を求めるには、$P(Z \geq z_0) = 0.1$ となるような z_0 を求めることになります。
$P(Z \geq z_0) < 0.5$ ですので $P(Z \geq z_0) = 0.5 - P(0 \leq Z < z_0)$ となります。
正規分布表から $P(0 \leq Z < z_0) = 0.4$ となる z_0 を探すとそのものの値はありませんが、大小関係から $1.28 < z_0 < 1.29$ をみたすことがわかります。
これを x_0 に変換することを考えると $1.28 < \dfrac{x_0 - 95}{20} < 1.29$ なので $115.6 < x_0 < 115.8$ です。
すなわち上位 10%の最低点として考えられる値は$\underline{\text{0:116 点}}$です。

(2)

サ〜ソ　点数が上位 10%に入っている確率は 10%(0.1) ですので 19 人を選んだ場合、人数の期待値は $19 \cdot 0.1 = \underline{1.9}$ であり、
分散は $19 \cdot 0.1 \cdot (1 - 0.1) = \underline{1.71}$ となります。

タ　$p_1 = {}_{19}\mathrm{C}_1 \cdot 0.1^1 \cdot 0.9^{18}, p_2 = {}_{19}\mathrm{C}_2 \cdot 0.1^2 \cdot 0.9^{17}$ ですので
$\dfrac{p_1}{p_2} = 19 \cdot 0.1^1 \cdot 0.9^{18} \cdot \dfrac{2}{19 \cdot 18 \cdot 0.1^2 \cdot 0.9^{17}} = \dfrac{0.9 \cdot 2}{18 \cdot 0.1} = \underline{2:1}$ です。
(間違って 1 をマークしてしまわないこと)

(3)

チ〜ナ 標本数は 96 ですので標本平均の標準偏差は $\dfrac{20}{\sqrt{96}} = \dfrac{20}{4\sqrt{6}} = \dfrac{5}{\sqrt{6}}$ となります。

信頼度 95%の信頼区間は $P(0 \leq Z < z_0) = 0.475$ となる z_0 の値を求めることでわかります。正規分布表から $z_0 = 1.96$ ですので信頼区間は

$99 - 1.96 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{6}} \leq m \leq 99 + 1.96 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{6}}$ です。

$\sqrt{6} = 2.45$ で近似すると $\dfrac{1.96 \cdot 5}{\sqrt{6}} = \dfrac{1.96 \cdot 5}{2.45} = \dfrac{1.96}{0.49} = 4$ となりますので信頼区間は$\underline{95 \leq m \leq 103}$となります。

ニ 信頼区間の幅は $103 - 95 = \underline{8}$ となります。

ヌ 信頼区間の幅は標準偏差に比例しますので、母標準偏差が 15 の場合の幅は $8 \cdot \dfrac{15}{20} = \underline{6}$ となります。

所感

第１問

[**1**]

円と直線の問題です。基本的ですが気づけば速く解ける問題がいくつかあります。
(2) で直線の方程式を求めるときに接点の座標を計算する、という方法もありますが幾何的性質に気付くとこの解答のようにできます。
また、(3) で AB=2 のときの値はもちろん直前の式から $2 = 2\sqrt{\dfrac{6a-8a^2}{a^2+1}}$ を解く、という方法もあります。

[**2**]

指数と対数の問題です。
(1)(2) は地道にやれば大丈夫でしょう。
(3) は人によっては慣れない計算だと思います。問題文を手掛かりにうまい展開を考えましょう。

第２問

多項式の微積分に関する問題です。
(1) は基本的ですので落としたくないです。
(2) は場合分けに関係する値と結果の値の両方が問われますので解き方によってはマーク順が前後してしまう面倒な設問です。
(3) はやり方は出しやすいと思いますが分数式になりますので計算間違いに気を付けましょう。
(4) は積分の問題で解きやすいですが (3) まででではまると到達しづらいか。

第３問

数列の問題です。
(1) は部分分数分解で少しつまりそうですが、それができれば他は基本的な計算なので解き進められると思います。
(2) では c_n の因数分解が少し難しいです。また、項の絶対値の総和計算も慣れないと複雑な式になりそうです。

第４問

　空間ベクトルの問題です。解答欄を使い切る分量です。
(1) は基本的な計算です。M の座標で符号が指定されていることに注意しましょう。
(2) は H を求める問題です。よくある誘導ですのでそんなに難しくないと思います。
(3) は B を平面上の円で動かして最大最小を考える問題です。本解答では式の評価により検証していますが、他に HB は三角不等式 HB≤HA+AB を利用して評価することもできます。

第５問

　統計分析に関する問題です。
(1) は「標準正規分布」(平均 0、分散 1 の正規分布のこと) を理解していないと全滅する恐ろしい設問です。用語は押さえておきましょう。また、上位の割合から逆算する問題もあり慣れないと大変です。
(2) は二項分布に関する問題です。基本的な事項で解けますが最後の設問で数値そのものをマークしないようにしましょう。
(3) は区間推定の問題です。使用する標準偏差の計算は (特に標本数の平方根に反比例することが) 高校数学の範囲で導けるようなものでないですので人によっては大変かもしれません。