問題

第１問

次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 \left(x^2+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)\left(1+\frac{x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}\right)dx$$

第２問

一辺の長さが１の正方形 ABCD を考える。3 点 P,Q,R はそれぞれ辺 AB,AD,CD 上にあり、3 点 A,P,Q および 3 点 P,Q,R はどちらも面積が $\dfrac{1}{3}$ の三角形の 3 頂点であるとする。
$\dfrac{\mathrm{DR}}{\mathrm{AQ}}$ の最大値、最小値を求めよ。

第３問

座標空間内に 5 点 A(2,0,0),B(0,2,0),C(-2,0,0),D(0,-2,0),E(0,0,-2) を考える。線分 AB の中点 M と線分 AD の中点 N を通り、直線 AE に平行な平面を α とする。さらに、p は $2<p<4$ をみたす実数とし、点 P(p,0,2) を考える。

(1) 八面体 PABCDE の平面 y=0 による切り口および、平面 α の平面 $y=0$ による切り口を同一平面上に図示せよ。

(2) 八面体 PABCDE の平面 α による切り口が八角形となる p の範囲を求めよ。

(3) 実数 p が (2) で定まる範囲にあるとする。八面体 PABCDE の平面 α による切り口のうち $y\geq 0, z\geq 0$ の部分を点 (x,y,z) が動くとき、座標平面上で点 (y,z) が動く範囲の面積を求めよ。

第４問

n を 1 以上の整数とする。

(1) n^2+1 と $5n^2+9$ の最大公約数 d_n を求めよ。

(2) $(n^2+1)(5n^2+9)$ は整数の 2 乗にならないことを示せ。

第５問

以下の問いに答えよ。

(1) n を 1 以上の整数とする。x についての方程式 $x^{2n-1} = \cos x$ は、ただ一つの実数解 a_n をもつことを示せ。

(2) (1) で定まる a_n に対し、$\cos a_n > \cos 1$ を示せ。

(3) (1) で定まる数列 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots$ に対し、

$$a = \lim_{n\to\infty} a_n, b = \lim_{n\to\infty} a_n^n, c = \lim_{n\to\infty} \frac{a_n^n - b}{a_n - a}$$

を求めよ。

第６問

複素数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ および実数 a, b が、次の 3 条件をみたしながら動く。
条件１：$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は相異なる。
条件２：$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は 4 次方程式 $z^4 - 2z^3 - 2az + b = 0$ の解である。
条件３：複素数 $\alpha\beta + \gamma\delta$ の実部は 0 であり、虚部は 0 でない。

(1) $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ のうち、ちょうど 2 つが実数であり、残りの 2 つは互いに共役な複素数であることを示せ。

(2) b を a で表せ。

(3) 複素数 $\alpha + \beta$ がとりうる範囲を複素数平面上に図示せよ。

解答

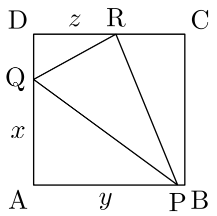
第 1 問

$$\left(x^2+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)\left(1+\frac{x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}\right)$$
$$=x^2+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}+\frac{x^3}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}+\frac{x^2}{(1+x^2)^2}$$
$$=x^2+\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}-\frac{x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}+\frac{1}{(1+x^2)}-\frac{1}{(1+x^2)^2}$$ である。

$\dfrac{d}{dx}(1+x^2)=2x$ を利用すると

$$\begin{aligned}
(\text{与式}) &= \left[\frac{x^3}{3}+2\sqrt{1+x^2}+\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right]_0^1 \\
&\quad +\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left\{\frac{1}{1+\tan^2\theta}-\frac{1}{(1+\tan^2\theta)^2}\right\}\cdot\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta \\
&= \frac{5\sqrt{2}}{2}-\frac{8}{3}+\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1-\cos^2\theta)d\theta \\
&= \frac{5\sqrt{2}}{2}-\frac{8}{3}+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-\cos 2\theta}{2}d\theta \\
&= \frac{5\sqrt{2}}{2}-\frac{8}{3}+\left[\frac{1}{2}\theta-\frac{1}{4}\sin 2\theta\right]_0^{\frac{\pi}{4}}=\underline{\frac{\pi}{8}+\frac{5\sqrt{2}}{2}-\frac{35}{12}}
\end{aligned}$$

第２問



$\mathrm{AQ}=x, \mathrm{AP}=y, \mathrm{DR}=z$ とおく。三角形 APQ の面積が $\dfrac{1}{3}$ であるから $\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{AP}\cdot\mathrm{AQ}=\dfrac{xy}{2}=\dfrac{1}{3}$ がわかる。

また三角形 PQR の面積は台形 APRD の面積から三角形 APQ,DQR の面積を引くことで得られることから

$\dfrac{1}{2}(\mathrm{AP}+\mathrm{DR})\cdot\mathrm{AD}-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{DQ}\cdot\mathrm{DR}=\dfrac{y+z}{2}-\dfrac{(1-x)z}{2}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$ がわかる。

さらに整理して $\dfrac{y}{2}+\dfrac{xz}{2}=\dfrac{2}{3}$ なので $z=\dfrac{4}{3x}-\dfrac{y}{x}$ がわかる。

これらにより $y=\dfrac{2}{3x}, z=\dfrac{4}{3x}-\dfrac{2}{3x^2}$ であることがわかる。

いま P,Q,R は長さ 1 の辺上にくることから $0\leq x\leq 1, 0\leq y\leq 1, 0\leq z\leq 1$ でなければばならない。

まず y の式すなわち $\dfrac{2}{3x}\leq 1$ から $\dfrac{2}{3}\leq x\leq 1$ がわかる。

また $z=\dfrac{2}{3}-\dfrac{2}{3}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^2$ と変形できることから $\dfrac{2}{3}\leq x\leq 1$ のとき $\dfrac{1}{2}\leq z\leq\dfrac{2}{3}$ がわかる。

すなわち $\dfrac{\mathrm{DR}}{\mathrm{AQ}}=\dfrac{z}{x}=\dfrac{4}{3x^2}-\dfrac{2}{3x^3}$ の $\dfrac{2}{3}\leq x\leq 1$ における最大と最小を求めればよい。

この式を $f(x)$ とおくと $f'(x)=-\dfrac{8}{3x^3}+\dfrac{2}{x^4}=-\dfrac{8x-6}{3x^4}$ となるので $x=\dfrac{3}{4}$ で $f(x)$ は極大となる。

よって $f\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{3}{4}, f\left(\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{64}{81}, f(1)=\dfrac{2}{3}$ であるので

<u>最小値は $\dfrac{2}{3}$、最大値は $\dfrac{64}{81}$</u>

第３問

(1) M(1,1,0),N(1,-1,0) であるから $\overrightarrow{\mathrm{MN}}=(0,-2,0)$ であり $\overrightarrow{\mathrm{AE}}=(-2,0,-2)$ である。

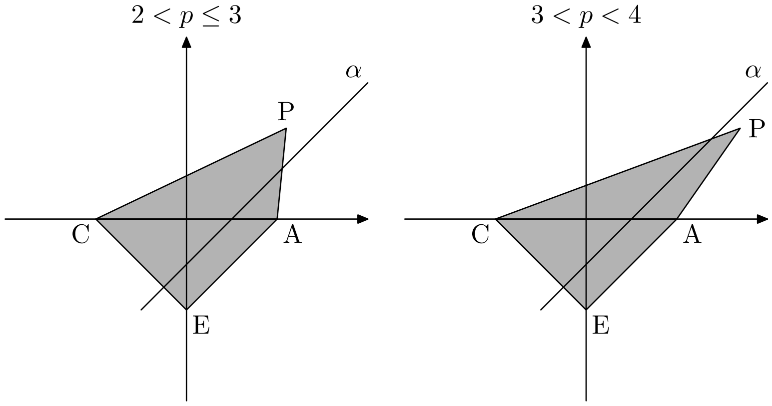
したがって α 上の任意の点 Q において位置ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ は媒介変数 s,t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OM}}+s\overrightarrow{\mathrm{MN}}+t\overrightarrow{\mathrm{AE}}=(1-2s,1-2t,-2s)$ と表現できる。

すなわち α と平面 $y=0$ との共通部分は $1-2t=0$ をみたすすなわち $t=\dfrac{1}{2}$ であるものであるから s を用いて $(1-2s,0,-2s)$ がわかる。

したがって点 (X,Y,Z) がこの共通部分に含まれれば

$X=1-2s, Y=0, Z=-2s$ をみたす s が存在することになる。このとき $s=-\dfrac{Z}{2}$ を利用すると $X=1+Z$ と変形できるので α と平面 $y=0$ の共通部分は直線 $x=1+z$ とわかる。したがって P は $p\leq 3$ のとき α からみて x 軸負の側、$p\geq 3$ のとき α からみて x 軸正の側にくることがわかる。

立体の辺のうち平面 $y=0$ と共通部分をもつものは辺 PC,CE,EA,AP であるので、切り口は以下のようになる。



(2) 平面 α で立体を切ると切り口が八角形になる場合、８本の辺の内部と交わることになる。

いま α は辺 CE,DE,BE,AB,AD と交わっていて辺 AE,CB,CD と交わっていない。

また $2<p<4$ の範囲では三角形 ABE,ADE,CBE,CDE をそれぞれ含む平面 $x+y-z=2, x+y-z=2, -x+y-z=2, -x-y-z=2$ 上にこないので P を頂点にもつ面は他の面と同一平面上にこない。すなわち辺を共有するどの 2 面も同一平面にこないので残り 4 本のうちあと 3 本と交わる条件をみつければよい。

$p=3$ のときは他に点 P と交わるが辺 PA,PB,PC,PD は他に交わらないので切り口は六角形となる。

$p<3$ のときは辺 PA は交わるが PB,PC,PD は交わらないので六角形となる。

$3<p<4$ のときは辺 PA と交わらず PB,PC,PD と交わるので八角形となる。
したがって求める条件は$\underline{3<p<4}$

(3) 平面 α 上の点 (x,y,z) は関係式 $x-z=1$ をみたすので $x=z+1$ すなわち $x\geq 1$ で考えることになる。
立体のうち $y\geq 0, z\geq 0$ をみたす範囲を考えるとこれは三角形 PAC, PAB, ABC, PBC に囲まれる四面体となる。そこでこの立体の各面と平面 α との共通部分となる線分を調べる。
三角形 ABC と α の共通部分は α が線分 MN を含むことから M と (1,0,0) を両端とする線分とわかる。
三角形 PAC と α の共通部分を考える。点 (1,0,0) を R として線分 PC と α との交点を S とすると相似比より CS:PS=$3:p-3$ がわかる。すなわち S は線分 PC を $p-3:3$ に内分する点であるので
S の座標は $\left(\dfrac{-2\cdot(p-3)+p\cdot 3}{p},0,\dfrac{6}{p}\right)$ すなわち $\left(\dfrac{p+6}{p},0,\dfrac{6}{p}\right)$ とわかり、三角形 PAC と α の共通部分は線分 RS となる。
最後に辺 PB と α の共通部分を考える。この点を T とすると相似比より BT:PT=$1:p-3$ となるので、T の座標は $\left(\dfrac{p}{p-2},\dfrac{2(p-3)}{p-2},\dfrac{2}{p-2}\right)$
すなわち $\left(\dfrac{p}{p-2},\dfrac{2p-6}{p-2},\dfrac{2}{p-2}\right)$ となる。
これより三角形 PAB と α との共通部分は線分 TM であり、三角形 PBC と α との共通部分は線分 ST となるので、切り口は四角形 MRST となる。
したがって点 (x,y,z) がこの図形上を動くとき、点 (y,z) が動く領域は 4 点 (0,0),$\left(0,\dfrac{6}{p}\right)$, $\left(\dfrac{2p-6}{p-2},\dfrac{2}{p-2}\right)$, $(1,0)$ で囲まれる四角形となるので、その面積は

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{p}\cdot\frac{2p-6}{p-2}+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{2}{p-2}=\underline{\frac{7p-18}{p(p-2)}}$$

第４問

(1) $5n^2+9=5(n^2+1)+4$ より d_n は 4 の約数であるとわかるので、d_n として考えられる値は 1,2,4 に限られる。
n が奇数のときは整数 m を用いて $n=2m+1$ と表せる。このとき $n^2+1=(2m+1)^2+1=4m^2+4m+2=2\{m(m+1)+1\}$ となる。
ここで $m(m+1)$ は連続する 2 整数の積なので偶数であり、すなわち $m(m+1)+1$ が奇数なので n^2+1 は 2 で割り切れるが 4 で割り切れないことがわかる。また $5n^2+9=5(n^2+1)+4$ であるからこの値も 2 で割り切れるので、結局 $d_n=2$ がいえる。
n が偶数のときは n^2 も偶数なので n^2+1 は奇数になる。したがって n^2+1 は 2,4 を約数にもたないので、d_n としてありうる値は 1 のみ。したがって $d_n=1$ がいえる。
ゆえに$\underline{d_n \text{ は } n \text{ が奇数のとき } 2\text{、} n \text{ が偶数のとき } 1}$

(2) n が偶数のときは $n^2+1, 5n^2+9$ は互いに素なので共有する素因数はない。したがって $(n^2+1)(5n^2+9)$ が整数の 2 乗になるとき $n^2+1, 5n^2+9$ はいずれも整数の 2 乗になる。
だが $n \geq 1$ より $(n+1)^2=n^2+2n+1>n^2+1$ なので $n^2<n^2+1<(n+1)^2$ が成り立つので、n^2+1 は整数の 2 乗で表せない。すなわち $(n^2+1)(5n^2+9)$ も整数の 2 乗で表せないことがわかる。
n が奇数のときは $n^2+1, 5n^2+9$ の最大公約数が 2 であるので $\dfrac{n^2+1}{2}, \dfrac{5n^2+9}{2}$ が互いに素になる。同様に考えると $\dfrac{5n^2+9}{2}$ が整数の 2 乗になる必要がある。
ここで $n=2m+1$ とおくと
$\dfrac{5n^2+9}{2}=\dfrac{20m^2+20m+14}{2}=10m^2+10m+7=10m(m+1)+7$ となる。
$m(m+1)$ は偶数なのでこの値は 4 で割ると 3 余る。
ここで l を整数として $2l, 2l+1$ の 2 乗を考えると $4l^2, 4l^2+4l+1$ となることから整数の 2 乗を 4 で割った余りは 0 か 1 である。すなわち整数の 2 乗を 4 で割った余りが 3 になることはないので $10m^2+10m+7$ は整数の 2 乗ではない。
したがってどのような n についても $(n^2+1)(5n^2+9)$ が整数の 2 乗でないことがいえる。

第 5 問

(1) $-1 \leq \cos x \leq 1$ であることから $x^{2n-1} = \cos x$ が成り立つような x は $-1 \leq x \leq 1$ をみたすことがわかる。
$2n-1$ は奇数であり $1 < \dfrac{\pi}{2}$ であるので $-1 \leq x \leq 0$ のときは
$x^{2n-1} \leq 0 < \cos x$ であり、すなわちこの範囲では $x^{2n-1} \neq \cos x$ であるとわかる。
したがって $x^{2n-1} = \cos x$ ならば $0 < x < 1$ がいえる。
$0 < x < 1$ において $\cos x$ は単調減少で x^{2n-1} は単調増加である。
したがって $f_n(x) = x^{2n-1} - \cos x$ を考えるとこれは $0 < x < 1$ で単調増加で $f(0) = -1, f(1) = 1 - \cos 1 > 0$ がわかるので $f_n(x) = 0$ は $0 < x < 1$ に 1 つだけ実数解をもつことがわかる。
したがって、$x^{2n-1} = \cos x$ は実数解を 1 つだけもつことがいえる。

(2) (1) から $0 < a_n < 1$ がわかり $1 < \pi$ であるので $\cos a_n > \cos 1$ がいえる。

(3) (2) から $a_n^{2n-1} = \cos a_n > \cos 1$、(1) より $a_n < 1$ がわかるので
$\sqrt[2n-1]{\cos 1} < a_n < 1$ がわかる。
$\lim_{n\to\infty} \sqrt[2n-1]{\cos 1} = 1$ なのではさみうちの原理により$\underline{a = 1}$がわかる。
また $a_n^{2n-1} = \dfrac{(a_n^n)^2}{a_n}$ と変形すると $a_n^n = \sqrt{a_n \cos a_n}$ とできるので
$b = \lim_{n\to\infty} \sqrt{a_n \cos a_n} = \underline{\sqrt{\cos 1}}$ がわかる。これより

$$\frac{a_n^n - b}{a_n - a} = \frac{\sqrt{a_n \cos a_n} - \sqrt{\cos 1}}{a_n - 1}$$

であることがわかる。この式で $n \to \infty$ とすると左辺は c となり右辺は式の構造から x の関数 $\sqrt{x \cos x}$ の $x = 1$ における微分係数となる。
$\dfrac{d}{dx}\sqrt{x \cos x} = \dfrac{1}{2\sqrt{x \cos x}} \cdot (\cos x - x \sin x)$ となるので
$c = \dfrac{1}{2\sqrt{1 \cdot \cos 1}} \cdot (\cos 1 - 1 \cdot \sin 1) = \underline{\dfrac{\cos 1 - \sin 1}{2\sqrt{\cos 1}}}$

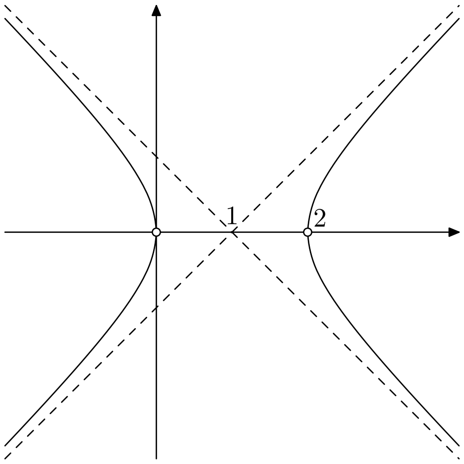
第 6 問

(1) 実数係数方程式においてある虚数 z が解である場合、それと共役な値 $\bar{z}$ も解となる。
したがって条件 2 より $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ の組として考えられるものは
「実数 4 つ」「実数 2 つと互いに共役な虚数 1 組」「互いに共役な虚数 2 組」の 3 通りである。
まず実数 4 つであるとすると $\alpha\beta + \gamma\delta$ の虚部が 0 になり条件 3 に反するので不適とわかる。
次に α, β と γ, δ が互いに共役な虚数であるとすると条件 1 から特にいずれも 0 でないので $\alpha\beta, \gamma\delta$ はいずれも正の実数となり条件 3 に反する。
また α, γ と β, δ が互いに共役な虚数であるとすると $\overline{\alpha\beta + \gamma\delta} = \gamma\delta + \alpha\beta$ となるのでこの値は実数となり条件 3 に反する。
α, δ と β, γ が互いに共役であった場合も同様。
したがって可能性としてあるのは実数 2 つと互いに共役な複素数 1 組に限られることがわかる。

(2) α と β が互いに共役であるとすると $\alpha\beta + \gamma\delta$ は実数となるので条件 3 に反する。したがって α, β は互いに共役とならない。条件の対称性により以降は α, γ が互いに共役な複素数であり β, δ が実数であるとして進めてよい。
このとき $\overline{\alpha\beta + \gamma\delta} = \gamma\beta + \alpha\delta$ となるので
$\alpha\beta + \gamma\delta + \alpha\gamma + \beta\delta + \alpha\delta + \beta\gamma = (\alpha\beta + \gamma\delta) + (\gamma\beta + \alpha\delta) + \alpha\gamma + \beta\delta$
$= (\alpha\beta + \gamma\delta) + \overline{\alpha\beta + \gamma\delta} + \alpha\gamma + \beta\delta$ と変形できる。
解と係数の関係によりこの値は 0 でまた $\alpha\beta + \gamma\delta$ の実部も 0 であるから $\alpha\gamma + \beta\delta = 0$ がわかる。すなわち $\gamma = \bar{\alpha}$ より $\beta\delta = -|\alpha|^2$ がわかる。
また解と係数の関係により $\alpha+\beta+\gamma+\delta = 2$ であるから $\beta+\delta = 2-\alpha-\bar{\alpha}$ もわかる。
これより解と係数の関係を用いて
$2a = \alpha\beta\gamma + \beta\gamma\delta + \gamma\delta\alpha + \delta\alpha\beta = (\beta + \delta)|\alpha|^2 - (\alpha + \gamma)|\alpha|^2$,
$b = \alpha\beta\gamma\delta = -|\alpha|^4$ がわかる。
ここで再び $\overline{\alpha\beta + \gamma\delta} = \gamma\beta+\alpha\delta$ から $\alpha\beta+\gamma\delta+\alpha\delta+\beta\gamma = (\alpha+\gamma)(\beta+\delta) = 0$ がわかるので、$\alpha + \gamma = 0$ または $\beta + \delta = 0$ がわかる。
$\alpha + \gamma = 0$ のとき α, γ は純虚数となるので $\beta + \delta = 2$ となり、$a = \dfrac{\beta + \delta}{2}|\alpha|^2 = |\alpha|^2$ となるので $b = -a^2$ がわかる。
$\beta + \delta = 0$ のとき $\alpha + \gamma = 2$ となるので $a = -\dfrac{\alpha + \gamma}{2}|\alpha|^2 = -|\alpha|^2$ となるので $b = -a^2$ がわかる。
どちらの場合でも $\underline{b = -a^2}$ が成り立つ。

(3) (2) より $z^4 - 2z^3 - 2az + b = (z^4 - 2z^3 + z^2) - z^2 - 2az - a^2 =$

$(z^2-z)^2-(z+a)^2=(z^2+a)(z^2-2z-a)=0$ と変形できる。
(1) より 2 つの方程式 $z^2+a=0, z^2-2z-a=0$ は一方が異なる 2 実数解、他方は異なる 2 虚数解であることがわかる。
$z^2+a=0$ が異なる 2 実数解をもつ条件は $a<0$ であり、$z^2-2z-a=0$ が異なる 2 実数解をもつ条件は $(z-1)^2-a-1=0$ より $a>-1$ となるので、a のとりうる値は $a<-1, 0<a$ とわかる。(2) より α, β は両方が実数でも互いに共役でもないことがわかっているので一方が実数、他方が虚数であり、その組合せは対称性により任意である。
$a<-1$ のとき $z^2+a=0$ の解は $\pm\sqrt{-a}$ であり $z^2-2z-a=0$ の解は $1\pm i\sqrt{-1-a}$ となることから $\alpha+\beta=1\pm\sqrt{-a}\pm i\sqrt{-1-a}$(複号任意) と表せる。実数 x, y によって $\alpha+\beta=x+yi$ とおくと $(x-1)^2=-a, y^2=-1-a$ となるので $(x-1)^2-y^2=1, |x-1|>1, |y|>0$ がわかる。
$a>0$ のとき方程式の解は $\pm i\sqrt{a}, 1\pm\sqrt{a+1}$ であるので $\alpha+\beta=1\pm\sqrt{a+1}\pm i\sqrt{a}$(複号任意) と表せる。
同様に $\alpha+\beta=x+yi$ とおくと $(x-1)^2=a+1, y^2=a$ となるので $(x-1)^2-y^2=1, |x-1|>1, |y|>0$ がわかる。
したがって求める範囲は実数をとる媒介変数 t を用いて $1+(1\pm i)t$ で表される直線を漸近線とする以下の双曲線から点 $0, 2$ を除いた部分となる。



所感

例年より難度が増して帰ってきました。4 問も解ければ上位だと思います。

第 1 問

出題形式に一見何のひねりもなさそうな積分計算です。
部分積分とか使いたくなりそうですが使える手法の異なる項が出てきますので最初に展開するのが確実なようです。
といっても合成関数の微分 (置換積分) の方法を忘れているとかなり苦労するでしょう。

第 2 問

図形に関する問題です。文科ではある形式にあてはめる誘導がついていますが理科ではそれなしで解くことになります。
色々な方法があると思いますが値のとりうる範囲に注意しながら丁寧に計算すれば大丈夫でしょう。

第 3 問

空間図形と平面の切り口を利用した問題です。
最大の分かれ目は「切り口が八角形になる条件」をどうすれば出せるか、というところにかかってくるかと思います。
これが「α が内部を通る面の数」と同じと気づかないとお手上げです。
ここを乗り切っても根気との勝負になりそうですが。

第 4 問

整数の性質を使った少し考える問題です。
(1) は互除法を用いて d_n を絞り込み、場合分けを適切にするだけです。
(2) は (1) の誘導をどう利用するかにかかっています。互いに素な整数の積がある整数の 2 乗になる場合は両方ともある整数の 2 乗であること、2 数の最大公約数でそれぞれを割ると互いに素な整数ができる、ということに着目できるかで差がつくでしょう。

第５問

　方程式と極限を利用した問題です。
前半は増減を考えれば楽ですが、最後の極限 c を求めるには微分の原点に立ち返る必要があるため、本質的な理解が問われています。
なお、平均値の定理を利用する解法もあるようです。

第６問

　複素数と二次曲線を利用した問題です。高い思考力を要する難問です。
(1) は他の可能性をすべて否定することで導けますが、(2) 以降は色々と気づきが必要です。
(3) も因数分解が思いつかないと歯が立たないでしょう。
できる図は双曲線の一部になるので漸近線に言及しておくのが無難でしょう。
できたとしても、最後で気を抜いて除外するべき点を忘れたりしないようにしましょう。