解答

第１問		
解答欄	正解	配点
ア, イ	**3,1**	**2**
ウ, エ	**4,1**	**2**
オカ, キ	**-2,3**	**2**
ク	**6**	**2**
ケコ, サ	**-7,3**	**2**
シ	**0**	**2**
ス	**2**	**2**
セ	**0**	**2**
ソ	**2**	**2**
タ	**3**	**2**
チ	**2**	**2**
ツ, テ	**4,1**	**2**
ト, ナ	**5,1**	**2**
ニ, ヌ	**3,2**	**2**
ネノ, ハ	**-1,4**	**2**

第２問		
解答欄	正解	配点
アイ, ウ, エ	**-1,4,2**	**4**
オカ, キ	**15,4**	**3**
ク, ケ	**1,4**	**2**
コ	**4**	**3**
サ, シス, セ	**7,15,4**	**3**
ソ	**3**	**3**
タ	**4**	**3**
チ, ツ	**4,7**(順不同)	**2**×**2**
テ	**0**	**1**
ト	**0**	**1**
ナ	**1**	**1**
ニ	**2**	**2**

第３問		
解答欄	正解	配点
ア, イ	**4,9**	**2**
ウ, エ	**1,6**	**2**
オ, カキ	**7,18**	**3**
ク, ケ	**1,6**	**2**
コサ, シスセ	**43,108**	**2**
ソタチ, ツテト	**259,648**	**3**
ナニ, ヌネ	**21,43**	**3**
ノハ, ヒフヘ	**88,259**	**3**

第４問		
解答欄	正解	配点
ア, イウ	**8,17**	**3**
エオ, カキ	**23,49**	**2**
ク, ケコ	**8,17**	**3**
サ, シス	**7,15**	**3**
セ	**2**	**2**
ソ	**6**	**2**
タ, チ, ツテ	**3,2,23**	**2**
トナニ	**343**	**3**

第５問		
解答欄	正解	配点
ア, イ	**6,2**	**4**
ウ	**1**	**3**
エ, オカ, キ	**2,15,5**	**3**
ク, ケ	**3,4**	**2**
コ	**3**	**2**
サ, シ	**6,2**	**3**
スセ, ソ	**15,5**	**3**

解説

第 1 問

[1]

まずは因数分解です。
$9a^2-6a+1=3^2\cdot a^2-2\cdot 3a+1$ に着目することで
$9a^2-6a+1=\underline{(3a-1)^2}$ と変形できます。
$A=\sqrt{9a^2-6a+1}+|a+2|$ を考えるとき、先の変形から
$A=\sqrt{(3a-1)^2}+|a+2|$ となりますが、根号に 2 乗の形式がありますので符号に注意してさらに変形しましょう。すると
$A=|3a-1|+|a+2|$ とできます。あとは絶対値記号の中にある値の正負で分類することになります。
$3a-1$ は a と $\frac{1}{3}$ との大小で、$a+2$ は a と -2 との大小で正負が決定するので、これらで分けることになります。
まずは $a>\frac{1}{3}$ のときですが、このとき $3a-1>0, a+2>0$ ですので
$A=(3a-1)+(a+2)=\underline{4a+1}$ です。
次は $-2\leq a\leq\frac{1}{3}$ のときですが、このとき $3a-1\leq 0, a+2\geq 0$ ですので
$A=(1-3a)+(a+2)=\underline{-2a+3}$ となります。
のこりは $a<-2$ のときであり、このとき $3a-1<0, a+2<0$ ですので
$A=(1-3a)+(-2-a)=-4a-1$ となります。
$A=2a+13$ のとき、a の範囲で場合分けしましょう。
$a>\frac{1}{3}$ である場合、$4a+1=2a+13$ となりますので $a=6$ が導かれ、これは条件に合うことがわかります。
$-2\leq a\leq\frac{1}{3}$ である場合、$-2a+3=2a+13$ より $a=-\frac{5}{2}$ となりますがこれは条件に合わないことがわかります。
$a<-2$ である場合、$-4a-1=2a+13$ となりますので $a=\frac{-7}{3}$ が導かれ、これは条件に合うことがわかります。
ということで $A=2a+13$ となる値は$\underline{a=6,\frac{-7}{3}}$となります。

[2]

(1) まずは条件 p「m,n はともに奇数である」の否定を考えます。m が奇数であるならば n が奇数だとともに奇数になってしまうので、条件 $\bar{p}$ をみたすとしたら m は<u>0:偶数である</u>ということになります。
また、m が偶数である場合、「m,n はともに奇数」という条件はすでに成立しないことが確定しましたので、この場合は n は<u>2:偶数でも奇数でもよい</u>ということになります。

(2) まず、p と q の関係を考えます。p は m, n が奇数である、ということですので $3mn$ は奇数どうしの乗法となっていますので奇数になります。($p \Rightarrow q$ が真)

また p が成り立たない場合、m, n のうちに偶数が入っていることになります。すると mn が偶数になりますので $3mn$ も偶数です。ということで $\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$ が真だとわかりましたので対偶の $q \Rightarrow p$ も真です。

ということで p は q であるための$\underline{\text{0:必要十分条件である}}$、といえます。

次に p と r の関係を考えます。p が成り立つ場合、n が奇数ですので $5n$ も奇数となり、したがって $m + 5n$ は偶数となり r をみたします。($p \Rightarrow r$ が真)

ですがたとえば $m = n = 2$ とすると $m + 5n = 12$ と偶数になりますので、$r \Rightarrow p$ は偽とわかります。

ということで p は r であるための$\underline{\text{2:十分条件であるが、必要条件ではない}}$、といえます。

最後は $\bar{p}$ と r の関係を考えます。まずたとえば $m = 1, n = 2$ とすると $\bar{p}$ は成り立ちますが $m + 5n = 11$ なので r は成り立ちません。ということで $\bar{p} \Rightarrow r$ は偽とわかります。

また $p \Rightarrow r$ が真であったことから、p を成立させる条件 (たとえば $m = n = 1$) を考えると r は成立するが $\bar{p}$ が成立しない (すなわち p が成立する) ものを反例として作れますので、$r \Rightarrow \bar{p}$ も偽とわかります。

ということで $\bar{p}$ は r であるための$\underline{\text{3:必要条件でも十分条件でもない}}$といえます。

[3]

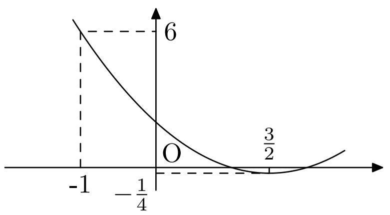
(1) G をつくるグラフの式を平方完成すると

$y = \left(x + \dfrac{2a-b}{2}\right)^2 + a^2 + 1 - \left(\dfrac{2a-b}{2}\right)^2$ と変形できます。これを整理することで

$y = \left\{x - \left(\dfrac{b}{2} - a\right)\right\}^2 - \dfrac{b^2}{4} + ab + 1$ となります。これより G の頂点は$\underline{\left(\dfrac{b}{2} - a, -\dfrac{b^2}{4} + ab + 1\right)}$とわかります。

(2) G が点 (-1,6) を通るとき G の式から $6 = (-1)^2 + (2a-b)\cdot(-1) + a^2 + 1$ が成り立ちます。これを b の式として整理すると $b = -a^2 + 2a + 4$ となります。さらに平方完成して考えると

$b = -(a-1)^2 + 5$ とできますので、b がとりうる最大値は$\underline{5}$で、そのとき$\underline{a = 1}$とわかります。



このグラフの頂点の座標はこの値で計算することで $\left(\frac{5}{2}-1, -\frac{5^2}{4}+1\cdot 5+1\right)$ より $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ と出ますので、すなわち $y=x^2$ のグラフを

x 軸方向に $\frac{3}{2}$、y 軸方向に $\frac{-1}{4}$だけ平行移動して得られるものとわかります。

第２問

[1]

　まずは余弦定理を適用しましょう。

$\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{\mathrm{BA}^2+\mathrm{AC}^2-\mathrm{BC}^2}{2\cdot\mathrm{BA}\cdot\mathrm{AC}}=\dfrac{3^2+2^2-4^2}{2\cdot3\cdot2}=-\dfrac{3}{2\cdot3\cdot2}=\underline{\dfrac{-1}{4}}$ です。

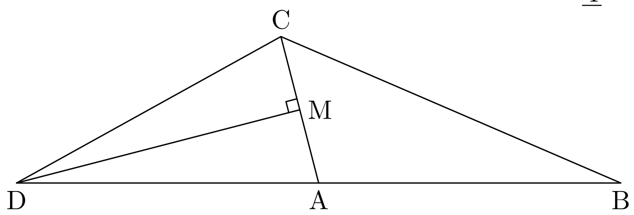
この値が負になった、ということは $\angle\mathrm{BAC}$ は<u>2:鈍角</u>である、ということです。

また、三角形の内角においては $\sin\angle\mathrm{BAC}$ は正の値をとりますので、

$\sin\angle\mathrm{BAC}=\sqrt{1-\cos^2\angle\mathrm{BAC}}=\sqrt{1-\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2}=\underline{\dfrac{\sqrt{15}}{4}}$ がわかります。

また、$\angle\mathrm{CAD}=180^\circ-\angle\mathrm{CAB}$ であることから

$\cos\angle\mathrm{CAD}=\cos(180^\circ-\angle\mathrm{CAB})=-\cos\angle\mathrm{CAB}=\dfrac{1}{\underline{4}}$ です。



AC の中点を M とすると三角形 ADM が D が直角の三角形ですので $\mathrm{AD}\cdot\cos\angle\mathrm{CAD}=\mathrm{AM}$ がわかります。$\mathrm{AM}=\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{AC}$ ですから代入により

$\mathrm{AD}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}\cdot2$ となりこれより $\mathrm{AD}=\underline{4}$ がわかります。

再び $\angle\mathrm{CAD}=180^\circ-\angle\mathrm{CAB}$ から $\sin\angle\mathrm{CAD}=\sin\angle\mathrm{CAB}$ ですので三角形 DBC の面積は

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin\angle\mathrm{CAB}+\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin\angle\mathrm{CAD}\\
=&\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin\angle\mathrm{CAB}+\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin\angle\mathrm{CAB}\\
=&\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin\angle\mathrm{CAB}\cdot(\mathrm{AB}+\mathrm{AD})\\
=&\frac{1}{2}\cdot2\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}\cdot(3+4)=\underline{\frac{7\sqrt{15}}{4}}
\end{aligned}$$

と求められます。

[**2**]

(1) まずはソメイヨシノのヒストグラムと箱ひげ図を見比べます。
2013 年は箱ひげ図から最小値が 75 日未満、最大値が 135 日以上であることがわかります。この範囲に度数があるものは 3 番 1 つだけです。したがって 2013 年は3番のヒストグラムが該当します。
2017 年は最大値が 120 日以上 125 日未満であることがわかります。これを参考にヒストグラムを検証すると 120 日以上があるものは 1,3,4 の 3 つが該当します。1,3 は最大値が 125 以上になっていますので、2017 年は4番のヒストグラムが該当します。

(2) 次は散布図で調べます。またそれぞれ検証しましょう。

0 箱ひげ図ではモンシロチョウの初見日とツバメの初見日の最小値が同じような位置にきていることがわかります。ということで正しいといえます。

1 箱ひげ図をみるとモンシロチョウの初見日の最大値はツバメの初見日の最大値より右にきていることがわかります。ということでこれは正しいです。

2 箱ひげ図をみるとモンシロチョウの初見日の中央値はツバメの初見日の中央値より右にきていることがわかります。ということでこれは正しいです。

3 モンシロチョウの初見日の四分位範囲は 20 日ほど、ツバメの初見日の四分位範囲は 9 日ほどです。3 倍より小さいので、正しいといえます。

4 モンシロチョウの初見日は第一四分位が 85 日未満、第三四分位が 100 日を超えていますので範囲で 15 日を超えています。ということでこれは正しくないです。

5 ツバメの初見日は第一四分位が 85 日を超えており、第三四分位が 100 日未満です。ということで範囲は 15 日未満であり、正しいといえます。

6 モンシロチョウの初見日とツバメの初見日が一致する点は散布図で実線を通る点です。重なっているのを無視しても 4 点みられますので、少なくとも 4 地点ある、という記述は正しいといえます。

7 モンシロチョウの初見日とツバメの初見日が 15 日を超えて離れている場合、散布図で 2 本の破線の外側にくることになります。そのような点がみられますのでこれは正しくないです。

(3) X の偏差の平均値は

$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x}) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{x}x_k - \frac{n\bar{x}}{n} = \bar{x} - \bar{x} = \underline{0:0}$$

と計算できます。X' は X の偏差を $\dfrac{1}{s}$ 倍したものですので平均も $\dfrac{1}{s}$ 倍され、したがって0:0となります。そして分散は x_i の係数の 2 乗倍されますので $s^2 \cdot \left(\dfrac{1}{s}\right)^2 = 1$ となり、標準偏差は $\sqrt{1} = \underline{1 : 1}$ となります。

これらの変換をした場合、変換は偏差を正の倍率で変えていることから反転はせず、また標準偏差が 1 であることから偏差が 1 より大きいものがみられるような散布図ができますので、目盛りと特徴的な点を考えて2の散布図に変換されることがわかります。

第３問

1 回目の操作ではさいころを投げて 3,6 が出たら白い袋、1,2,4,5 が出たら赤い袋を選びます。ということで赤い袋が選ばれる確率は $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$、白い袋が選ばれる確率は $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ です。

また、赤い袋には球が 3 個、白い袋には球が 2 個ありますので、それぞれの袋でそれぞれの色の球が取り出される確率は別表のようになります。

	赤球	白球
赤い袋	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
白い袋	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 上記の数値を利用することで、1 回目の操作で赤い袋が選ばれて赤球が取り出される確率は $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\underline{\frac{4}{9}}$ であり、白い袋が選ばれて赤球が取り出される確率は $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\underline{\frac{1}{6}}$ だとわかります。

(2) 2 回目の操作が白い袋で行われるということは 1 回目の操作で白球を取り出したということになります。(1) は赤球を取り出す互いに排反なすべての事象における確率を計算していますので、ここから 1 回目の操作で赤球を取り出す確率は $\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=\frac{11}{18}$ と計算できます。
ということで 1 回目の操作で白球を取り出す確率すなわち 2 回目の操作が白い袋で行われる確率は $1-\frac{11}{18}=\underline{\frac{7}{18}}$ と計算できます。

(3) 1 回目の操作で白球を取り出す確率は 2 回目の操作を白い袋で行う確率と言い換えられます。ということで 2 回目の操作が白い袋で行われる確率は p、赤い袋で行われる確率は $1-p$ となります。ということで 2 回目の操作で白球が取り出される確率は
$p\cdot\frac{1}{2}+(1-p)\cdot\frac{1}{3}=\underline{\frac{1}{6}}p+\frac{1}{3}$ と表されます。
ということで (2) から $p=\frac{7}{18}$ とわかっていますのでその確率は
$\frac{1}{6}\cdot\frac{7}{18}+\frac{1}{3}=\frac{7}{108}+\frac{36}{108}=\underline{\frac{43}{108}}$ であるとわかります。
また、ここで出した p の式はその計算のしかたから「白球を取り出す確率が p となったとき、次の操作で白球を取り出す確率」と言い換えられます。
ということで 3 回目に白球を取り出す確率は p に 2 回目に白球を取り出す確率を代入することで得られ、その値は
$\frac{1}{6}\cdot\frac{43}{108}+\frac{1}{3}=\frac{43}{648}+\frac{216}{648}=\underline{\frac{259}{648}}$ と求められます。

(4) 2 回目の操作で白球を取り出す確率は (3) より $\frac{43}{108}$ でした。
2 回目の操作で白い袋から白球を取り出す場合は「1 回目に白球を取り出し、2 回目に白球を取り出す場合」と言い換えられますのでその確率

は $\frac{7}{18} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{36}$ となります。
ということで 2 回目の操作で白球を取り出したとき、白い袋から取り出していたという条件付き確率は
$\frac{7}{36} \Big/ \frac{43}{108} = \frac{3 \cdot 7}{43} = \underline{\frac{21}{43}}$ とわかります。
また、3 回目の操作で白球を取り出す確率は (3) より $\frac{259}{648}$ でした。3 回目の操作ではじめて白球を取り出す場合は「1 回目と 2 回目に赤球を取り出し、3 回目に白球を取り出す場合」ですのでその確率は $\frac{11}{18} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{11}{81}$ となります。
ということで 3 回目の操作で白球を取り出したとき、はじめて白球が取り出されたのが 3 回目である条件付き確率は $\frac{11}{81} \Big/ \frac{259}{648} = \frac{8 \cdot 11}{259} = \underline{\frac{88}{259}}$ とわかります。

第４問

(1) 順番に式を変形していきましょう。

$$
\begin{aligned}
& 49x-23y=1 \Leftrightarrow (3+2\cdot 23)x-y=1 \\
\Leftrightarrow \quad & 3x+23(2x-y)=1 \Leftrightarrow 3x+(2+3\cdot 7)(2x-y)=1 \\
\Leftrightarrow \quad & 3\{x+7(2x-y)\}+2(2x-y)=1 \Leftrightarrow 3(15x-7y)+2(2x-y)=1 \\
\Leftrightarrow \quad & (1+2\cdot 1)(15x-7y)+2(2x-y)=1 \\
\Leftrightarrow \quad & (15x-7y)+2\{(2x-y)+(15x-7y)\}=1 \\
\Leftrightarrow \quad & (15x-7y)+2(17x-8y)=1
\end{aligned}
$$

となりますので $15x-7y=1, 17x-8y=0$ から上の関係式をさかのぼります。
「$(2x-y)+(15x-7y)=0$ から $2x-y=-1$」$\Rightarrow$「$x+7(2x-y)=1$ から $x=8$」$\Rightarrow$ 「$2x-y=-1$ から $y=17$」となります。
ということで x が正で最小になる解は$\underline{x=8, y=17}$と出ました。
すなわち $49\cdot 8-23\cdot 17=1$ ですので元の方程式から引くことで
$49(x-8)-23(y-17)=0$ がわかります。
ということは $49(x-8)=23(y-17)$ より $\dfrac{x-8}{23}=\dfrac{y-17}{49}$ がわかりますので、この値を整数 k とおくことですべての整数解は
$\underline{x=23k+8, y=49k+17}$と表せます。

(2) A は 49 の倍数、B は 23 の倍数ですので A, B は整数 x, y を用いて $A=49x, B=23y$ と表せます。
A と B の差の絶対値が 1 となる場合、$A-B=1$ または $A-B=-1$ です。
$A-B=1$ となるもので A が最小になるものを考えると、$A=49x, B=23y$ を代入すると (1) の不定方程式そのものになりますので、そこでの議論から $A=49\times 8$ が考えられます。
$A-B=-1$ となるものを考える場合、(1) の不定方程式を-1 倍することで $49(-x)-23(-y)=-1$ とできます。
ここからある整数 k を用いて $-x=23k+8, -y=49k-17$ とおけます。$-x$ が正で最小になるものを考える場合、$23k+8$ が負で最大になるものを考えますので $k=-1$ の場合となります。このとき $A=49\times(23-8)=49\times 15$ となります。
ということは A と B の差の絶対値が 1 となる最小のものは $A=49\times 8$ の場合ですので
$(A, B)=\underline{(49\times 8, 23\times 17)}$ であることがわかります。
A と B の差の絶対値が 2 となる場合、$A-B=2$ または $A-B=-2$ です。

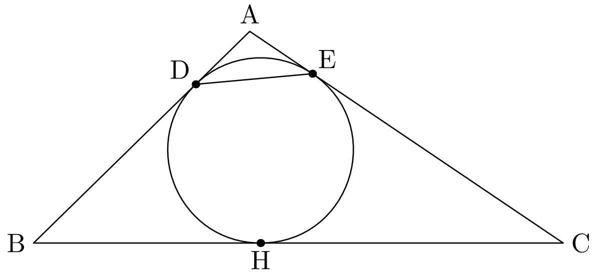
$A-B=2$ となるものを考えるとき、$A=49x, B=23y$ を代入すると不定方程式 $49x-23y=2$ ができます。
ここで (1) で得られた $49\cdot 8-23\cdot 17=1$ を考えます。これを 2 倍することで
$49\cdot 2\cdot 8-23\cdot 2\cdot 17=2$ となります。さらに変形すると $49\cdot 16-23\cdot 34=2$ となりますので $49x-23y=2$ をみたす中で x が最小となるものは $x=16, y=34$ とわかり、すべての整数解は l を整数として $x=16+23l, y=34+49l$ とできます。すなわち $A-B=2$ となる最小の A は $A=49\times 16$ となります。
$A-B=-2$ となるものを考えるとき、$A-B=-1$ となるものと同様に考えると l を整数として $x=-16-23l, y=-34-49l$ から考えることになります。$l=-1$ のとき $x=7, y=15$ となりますのですなわち $49\cdot 7-23\cdot 15=-2$ がわかります。すなわち $A-B=-2$ となる最小の A は $A=49\times 7$ となります。
ということで A と B の差の絶対値が 2 となり A が最小となるものは $A=49\times 7$ の場合ですので
$(A,B)=\underline{(49\times 7, 23\times 15)}$ であることがわかります。

(3) d が a と $a+2$ の公約数である場合、$(a+2)-a=2$ も d を約数にもつことになります。
すなわち a と $a+2$ の最大公約数であるならば 2 の約数でもあるので考えられるあたいは 1 または$\underline{2}$となります。
また、$a(a+1)(a+2)$ は連続する 3 整数の積ですので $3!=6$ の倍数です。$a=1$ のとき $a(a+1)(a+2)=6$ となりますので m は 6 をこえないことがわかり、したがって$\underline{m=6}$がわかります。

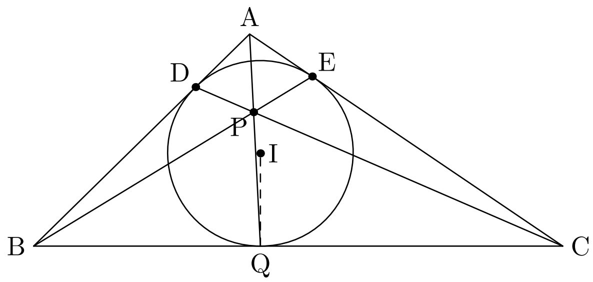
(4) 6762 を素因数分解すると
$6762=2\cdot 3381=2\cdot 3\cdot 1127=2\cdot 3\cdot 7\cdot 161=\underline{2\cdot 3\cdot 7^2\cdot 23}$ となります。
さて、$b(b+1)(b+2)$ が 6762 すなわち $2\cdot 3\cdot 7^2\cdot 23$ の倍数であるとき、(3) から b の値に関係なく 6 の倍数であることがいえます。また、$b, b+1, b+2$ の中に 7 の倍数はあって 1 つですのでそれは 7^2 の倍数でなければならないことがわかります。また $b, b+1, b+2$ の中に 23 の倍数もあります。
ということで $b, b+1, b+2$ の中にある 7^2 の倍数を A、23 の倍数を B とすると $|A-B|\leq 2$ がわかります。
$A-B$ の値が-2,-1,1,2 それぞれになる最小の場合は (2) で調べています。A の値は順に $49\cdot 7, 49\cdot 15, 49\cdot 8, 49\cdot 16$ となります。それぞれの場合において b として考えられる値は $A, A+1, A-2, A-2$ です。b が 23 の倍数であり 49 の倍数である場合も考えられますが $49\cdot 23$ はこれらのいずれよりも大きいので無視できます。
ということで b として考えられる値は $49\cdot 7=\underline{343}$ です。

第５問

　三角形の内接円の半径は面積を計算する式から導くことができます。
すでに $\angle\mathrm{BAC}$ の三角比を計算してくれていますのでこれを利用しましょう。
内接円の半径を r とすると、三角形の面積を計算する式から
$\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin\angle\mathrm{BAC}=\frac{1}{2}\cdot r\cdot(\mathrm{AB}+\mathrm{AC}+\mathrm{BC})$ となります。値を代入すると
$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{r}{2}\cdot(4+7+5)$ となりますので $8\sqrt{6}=16r$ となり、$\underline{r=\frac{\sqrt{6}}{2}}$ がわかります。

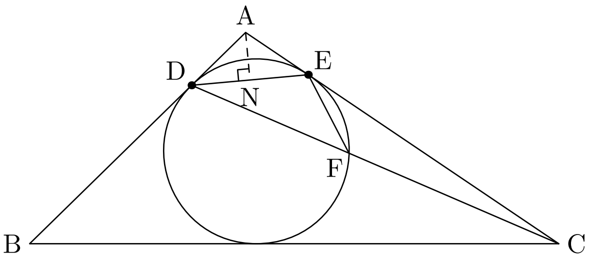


　また内接円ではそれぞれの辺が接線となっていますから辺 BC と内接円との接点を H とすると AD=AE,BD=BH,CE=CH ですので BD+CE=BH+CH=7 となります。BD=AB-AD,CE=AC-AE を利用すると
$(\mathrm{AB}+\mathrm{AC})-2\mathrm{AD}=7$ となりますので $9-2\mathrm{AD}=7$ より<u>AD=1</u>がわかります。
この値と三角形 ADE における余弦定理を利用することで
$\mathrm{DE}^2=\mathrm{AD}^2+\mathrm{AE}^2-2\cdot\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AE}\cdot\cos\angle\mathrm{BAC}=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{12}{5}$
となりますので $\mathrm{DE}=\sqrt{\frac{12}{5}}=\underline{\frac{2\sqrt{15}}{5}}$ がわかります。



BE と CD の交点を P、AP と BC の交点を Q とするとすなわち AQ,BE,CD が P で交わりますのでチェバの定理から
$\frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{EA}}\cdot\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}}\cdot\frac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{CQ}}=1$ が成り立ちます。それぞれの長さを代入することで
$\frac{5-1}{1}\cdot\frac{1}{4-1}\cdot\frac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{CQ}}=1$ となりますので $\underline{\frac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{CQ}}=\frac{3}{4}}$ がわかります。
ここから $\mathrm{BC}=\mathrm{BQ}+\mathrm{CQ}=\mathrm{BQ}+\frac{4}{3}\mathrm{BQ}=\frac{7}{3}\mathrm{BQ}$ が成り立ちますので BC=7

より$\underline{\mathrm{BQ}=3}$がわかります。
したがって BQ=BD がわかりましたので内接円の辺 BC における接点は Q に一致することがわかりました。ということは IQ は内接円の半径に一致しますので$\underline{\mathrm{IQ}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}}$がわかります。



また直線 CP(CD) と内接円の交点で D 以外のものを F とすると直線 AD が内接円の接線であることから $\angle\mathrm{DFE}=\angle\mathrm{ADE}$ であることがわかります。
三角形 ADE は AD=AE の二等辺三角形ですので DE の中点を N とすると三角形 ADN は N を直角とする三角形です。ということで
$\cos\angle\mathrm{ADE}=\dfrac{\mathrm{DN}}{\mathrm{DA}}=\dfrac{\frac{1}{2}\mathrm{DE}}{\mathrm{DA}}=\dfrac{\frac{\sqrt{15}}{5}}{1}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$ がわかります。
すなわち $\cos\angle\mathrm{DFE}=\cos\angle\mathrm{ADE}=\underline{\dfrac{\sqrt{15}}{5}}$ です。

所感

　共通問題は比較的解きやすいですが選択問題は歯ごたえがありました。
第 3 問と第 5 問を選んだら比較的やりやすかったと思います。

第 1 問

[1]

　二次関数と最大最小に関する問題です。
$\sqrt{(3a-1)^2} = 3a-1$ とやってしまうと大変なことになるので注意しましょう。
それを乗り越えたら誘導に従えばいけるでしょう。

[2]

　整数を用いた条件に関する問題です。
m, n それぞれを偶数奇数に分類して分けることで p, q, r がきれいに言い換えられますので、その一覧を作ると楽だと思います。そうしなくても苦労はしないでしょう。

[3]

　二次関数のグラフに関する問題です。少々込み入った変数設定がされています。
落ち着いて一つ一つ考えれば解けるものばかりだと思います。

第 2 問

[1]

　前年度に続き数学 I と異なる図形が出題されました。
図形や求めるものは比較的単純ですので慣れていれば悩まないと思います。

[2]

　データの分析に関する問題です。
問題数は少な目ですが検証する内容は相変わらず多いのでどれを探せばよいかを素早く見つけられるようにしたいです。
(3) は目盛りと点の分布の両方に気付かないとはまります。

第３問

　確率に関する問題です。
操作の内容が少しややこしいので読解力が要求されます。
また、出てくる数値は桁の多いものが出ていますので計算間違いには要注意です。
(3) の後半はうまい言い換えとかを思いつく思考力が試されます。

第４問

　整数に関する問題です。
(1) の不定方程式は何回か操作を繰り返さないと解が得られず、難しくなっています。
(2)(3) は比較的易しいですが、(4) は (2)(3) をうまく利用する必要が出てきます。

第５問

　図形の計量に関する問題です。
図を描いていきながら公式や性質を思い出していけば最後までいけると思います。