

解答

第1問

問題	アイ,ウ,エ,オ	カ	キ	ク,ケ,コ,サ
解答	16,4,7,9	0	5	4,3,5,3

問題	シ	ス	セ,ソ	タ,チ	ツ,テ
解答	1	3	3,2	7,2	5,4

問題	ト,ナニ,ヌ	ネ,ノ	ハヒ,フヘ,ホ
解答	1,13,2	0,3	-1,13,2

第2問

問題	ア,イ	ウ	エ	オ,カ,キ	クケ,コ,サ
解答	3,2	1	2	4,3,3	11,3,3

問題	シ	ス,セ	ソ	タ
解答	5	4,5	0	5

第3問

問題	アイウ	エオ	カ,キク	ケコ,サシ	ス,セソ	タ,チツ	テ,トナ	ニ,ヌ
解答	420	30	5,14	15,28	3,28	5,28	1,14	2,7

問題	
解答	

第4問

問題	アイ	ウエ	オカ	キ	クケ	コサ	シ	ス,セ	ソタチ
解答	23	17	15	5	12	10	2	2,3	101

第5問

問題	アイ,ウ	エ,オカ,キ
解答	10,1	2,10,5

問題	ク	ケコ	サシ	スセソ	タチ	ツ
解答	2	24	60	120	32	5

解説

第1問

[1]

分母が $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ という形式のものを有理化する場合、公式 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$ が利用できます。

いま α の分母は $4 - \sqrt{7}$ ですが、これを $\sqrt{16} - \sqrt{7}$ と変形すると見えてくるでしょう。

$$\alpha = \frac{4(4 + \sqrt{7})}{(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})} = \frac{16 + 4\sqrt{7}}{16 - 7} = \frac{16 + 4\sqrt{7}}{9}$$

(1) まずは有理数と無理数による式の確認です。

$p + q\sqrt{7} = 0$ のとき、 $q \neq 0$ であるとすると $\sqrt{7} = -\frac{p}{q}$ となり

ある有理数とある無理数が等しいということになり矛盾が生じます。

したがって $p + q\sqrt{7} = 0$ で p, q が有理数であるならば $q = 0$ がわかります。

さらにこれを代入することで $p = 0$ もわかります。

逆に $p = q = 0$ ならば $p + q\sqrt{7} = 0$ となりますから

$$p + q\sqrt{7} = 0 \Leftrightarrow p = q = 0$$

がいえます。

(2) $\alpha - \beta$ が有理数であるとき、 $\alpha - \beta = k$ とおいてみます。

(1)の形式を使いたいので、 $p + q\sqrt{7} = 0$ という形式を作ってみます。

$$\alpha - \beta = \left(\frac{16}{9} + \frac{4}{9} \cdot \sqrt{7}\right) - \left(\frac{9}{5} - \frac{r^2 - 3r}{5} \cdot \sqrt{7}\right) = \frac{11}{5} + \left(\frac{4}{9} + \frac{r^2 - 3r}{5}\right) \cdot \sqrt{7}$$

となりました。すなわち $k = \frac{11}{5} + \left(\frac{4}{9} + \frac{r^2 - 3r}{5}\right) \sqrt{7}$ より

$$\left(\frac{11}{5} - k\right) + \left(\frac{4}{9} + \frac{r^2 - 3r}{5}\right) \sqrt{7} = 0 \text{ となりましたので、}$$

(1)の結果を利用して $\frac{4}{9} + \frac{r^2 - 3r}{5} = 0$ がわかります。

分母をはらって整理すると $9r^2 - 27r + 20 = 0$ となります。

因数分解して $(3r - 4)(3r - 5) = 0$ となりますので、 $r = \frac{4}{3}, \frac{5}{3}$ がわかります。

[2]

- (1) 条件 p, q を絶対値記号を使わない形式で考えます。

$|x - 1| \leq a$ はすなわち $-a \leq x - 1 \leq a$ であり、同様に考えることで
 $p: 1 - a \leq x \leq 1 + a, q: -\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ がわかります。

$a = 1$ のとき $p: 0 \leq x \leq 2$ ですのでこの範囲は $-\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ に含まれま
すが一致はしません。したがって p は q であるための 1:十分条件であるが必要条件でない
とわかります。

$a = 3$ のとき $p: 2 \leq x \leq 4$ ですので例えば $x = 3$ は p をみませんが
 q をみたさず、 $x = 1$ は q をみませんが p をみしません。したがっ
て p は q の 3:必要条件でも十分条件でもないとわかります。

- (2) 命題「 $p \Rightarrow q$ 」をみたすとき、 $x = 1 + a$ ならば q をみたすことが必要
になります。

このとき $1 + a \leq \frac{5}{2}$ が必要ですからすなわち $a \leq \frac{3}{2}$ が必要です。

逆に $a = \frac{3}{2}$ のとき $p: \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ ですから「 $p \Rightarrow q$ 」が成立します。

したがって「 $p \Rightarrow q$ 」が真となる a の最大値は $\frac{3}{2}$ です。

また命題「 $q \Rightarrow p$ 」をみたすには $x = -\frac{5}{2}$ ならば p をみたすことが必要
になります。

このとき $1 - a \leq -\frac{5}{2}$ より $a \geq \frac{7}{2}$ が必要です。

逆に $a = \frac{7}{2}$ のとき $p: -\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$ ですから「 $q \Rightarrow p$ 」が成立します。

したがって「 $q \Rightarrow p$ 」が真となる a の最小値は $\frac{7}{2}$ です。

- (3) r を x の条件に置き換えることを考えます。

r の条件式は左辺を平方完成させることで $(x - 1)^2 - 1 \leq a$ とできます。
移項して $(x - 1)^2 \leq a + 1$ となり $a > 0$ より $|x - 1| \leq \sqrt{a + 1}$ とでき
ます。

したがって $-\sqrt{a + 1} \leq x - 1 \leq \sqrt{a + 1}$ より

$r: 1 - \sqrt{a + 1} \leq x \leq 1 + \sqrt{a + 1}$ と書き換えることができます。

これより「 $r \Rightarrow q$ 」が真となる場合は (2) の「 $p \Rightarrow q$ 」となる場合を参
考にすることで $\sqrt{1 + a} \leq \frac{3}{2}$ とわかります。

2乗すると $1 + a \leq \frac{9}{4}$ ですので $a \leq \frac{5}{4}$ が必要とわかります。

逆に $a = \frac{5}{4}$ のとき $\sqrt{1 + a} = \frac{3}{2}$ より $r: \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ となり「 $r \Rightarrow q$ 」が
成立することがわかります。

したがって「 $r \Rightarrow q$ 」が真となる a の最大値は $\frac{5}{4}$ です。

[3]

2次不等式 $a^2 - 3 < a$ をみたすとき、 $a^2 - a - 3 < 0$ です。

2次方程式 $a^2 - a - 3 = 0$ の解は公式から

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ ですので}$$

$a^2 - a - 3 < 0$ となる a の範囲は $\frac{1 - \sqrt{13}}{2} < a < \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$ となります。

$f(x)$ は $x = 0$ のときに最大値 $f(0) = 1$ をとります。

したがって $y = f(x)$ の最大値が 1 であるとき $a^2 - 3 \leq 0 \leq a$ であることがわかります。

$$a^2 - 3 \leq a \text{ より } \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \leq a \leq \frac{1 + \sqrt{13}}{2},$$

$$a^2 - 3 \leq 0 \text{ より } -\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3} \text{ であり、}$$

さらに $0 \leq a$ もみたす範囲が求める範囲です。

$$\frac{1 - \sqrt{13}}{2} < 0, \sqrt{3} < \frac{\sqrt{12}}{2} < \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \text{ ですから}$$

すべてをみたす範囲は $0 \leq a \leq \sqrt{3}$ とわかります。

また、さらに最小値が $f(a)$ であるとき、 $f(a^2 - 3) \geq f(a)$ となること、 $f(-a) = f(a)$ であることを利用すると $-a \leq a^2 - 3$ をみたすことがわかります。

これはすなわち $a^2 + a - 3 \geq 0$ ですから a の2次不等式として解くと

$$a \leq \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \text{ または } \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \leq a \text{ となります。}$$

$$(2\sqrt{3} + 1)^2 = 13 + 4\sqrt{3} > 13 \text{ より } \sqrt{3} > \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \text{ ですので}$$

$$\text{合わせると } \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \leq a \leq \sqrt{3} \text{ となります。}$$

第2問

[1]

(1) 余弦定理を適用することで

$$\cos \angle B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{16 + 300 - 196}{2 \cdot 4 \cdot 10\sqrt{3}} = \frac{120}{80\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

がわかります。

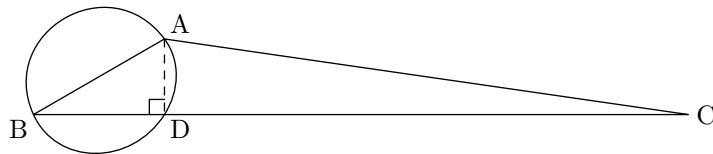
すなわち $\sin \angle B = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$ であり $\angle B = 30^\circ$ がわかります。

三角形 ABD の外接円の半径を R とすると正弦定理より $\frac{AD}{\sin \angle B} = 2R$ となりますから $\frac{AD}{R} = 2 \sin \angle B = 1$ となります。

これより R が最小になるとき AD の長さも最小になります。BD の長さを x とすると余弦定理により

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos \angle B \\ &= 16 + x^2 - 4\sqrt{3}x = (x - 2\sqrt{3})^2 + 4 \end{aligned}$$

とできます。したがって AD の最小値は $\sqrt{4} = 2$ ですので R の最小値は 2 であるとわかります。



AD が最小となる場合の図

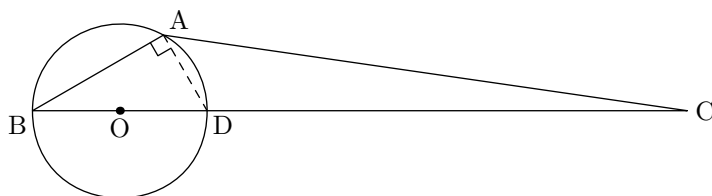
(2) 三角形 ABD の外接円の中心が辺 BC 上にくるとき、D も辺 BC 上にくることから B, D, 外接円の中心は同一直線上にくることになります。

したがって $\angle BAD = 90^\circ$ となりますので

$R = AD = AB \tan \angle B = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ となり、三角形 ACD の面積を S とすると

$$\begin{aligned} S &= \triangle ABC - \triangle ABD = \left(\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle B \right) - \left(\frac{1}{2} AB \cdot AD \right) \\ &= \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} \right) = 10\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{22\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

となります。



(O は三角形 ABD の外接円の中心)

[2]

- (1) X と Y の相関係数は共分散をそれぞれの標準偏差で割ることで得られます。全期間における相関係数は
- $$r = \frac{0.0263}{0.105 \cdot 0.260} = \frac{0.0263}{0.0273} = \frac{263}{273} = 0.93 + \frac{0.11}{273} > 0.91$$
- ですので $5:0.91 < r$ が成立します。

- (2) 順番に検証します。

0:最大値は箱ひげ図におけるひげの右端で表されます。これを見ると A の最大は B の最大より大きいことがわかりますので、この選択肢は誤りといえます。

1:第 1 四分位数は箱ひげ図における箱の左端で表されます。これを見ると A の第 1 四分位数は B の第 1 四分位数より大きいことがわかりますので、この選択肢は誤りといえます。

2:四分位範囲は箱ひげ図における箱の幅で表されます。A における四分位範囲は 3 目盛より大きい程度ですので 0.6~0.8 の範囲にくると読み取れます。また B における四分位範囲はやはり 3 目盛より大きい程度であり、差は 0.2 より大きくなさそうです。この選択肢は誤りといえます。

3:範囲は箱ひげ図におけるひげの長さで表されます。A における範囲は B における範囲より大きいことがわかりますので、この選択肢は誤りといえます。

4:中央値は問題文に明記されています。中央値の絶対値の 8 倍は期間 A では 0.4672、期間 B では 0.2016 ですので、どちらも四分位範囲はこれより大きいです。この選択肢は正しいといえます。

5:期間 A で度数が最大の階級は 0~0.5 の範囲です。第 3 四分位数は 0.4 前後ですので、この選択肢は正しいといえます。

6:期間 B で度数が最大の階級は 0~0.5 の範囲です。第 1 四分位数は負の値ですので、この選択肢は誤りといえます。

したがって、あてはまる選択肢は 4,5 といえます。

- (3) X のデータを x_1, \dots, x_n 、 Y のデータを y_1, \dots, y_n とします。

X の平均は $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ と表されるのでこれを $E(X)$ とすると X' の平均は

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (ax_i + b) = \frac{1}{n} (a \sum_{i=1}^n x_i + bn) = aE(X) + b$$

と表されます。

これを利用すると、 X の分散を $V(X)$ として X' の分散は

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{ax_i + b - (aE(X) + b)\}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{a(x_i - E(X))\}^2 = a^2 V(X)$$

となります。

また、 X と Y の共分散を $V(X, Y)$ とおくと X' と Y' の共分散は

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{ax_i + b - (aE(X) + b)\} \{cy_i + d - (cE(Y) + d)\}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{ac(x_i - E(X))(y_i - E(Y))\} = acV(X, Y)$$
 となります。
 相関係数は共分散をそれぞれの標準偏差で割った値ですので X の標準偏差を $\sigma(X)$ などとおくと、分散や共分散における上記の関係式を利用することで X' と Y' の相関係数は

$$\frac{V(X', Y')}{\sqrt{V(X')} \sqrt{V(Y')}} = \frac{acV(X, Y)}{\sqrt{a^2 V(X)} \sqrt{c^2 V(Y)}} = \frac{ac}{|ac|} \frac{V(X, Y)}{\sqrt{V(X)} \sqrt{V(Y)}}$$
 と計算できます。すなわち X と Y の相関係数の $\frac{ac}{|ac|}$ 倍となります。

- (4) 散布図に現れる点の分布と相関係数 r との関係は、
- ・一方が大きい場合は他方も大きくなる傾向があると r は正の値であり傾向が強いほど 1 に近づく
 - ・一方が大きい場合は他方は小さくなる傾向があると r は負の値であり傾向が強いほど -1 に近づく
 - ・一方の値をどうやっても他方に目立った傾向変化が見られない場合 r は 0 に近づく
- ということが成り立ちます。
- 散布図 1 は V が大きくなると W も大きくなる傾向がありますので r は 1 に近いといえます。
- 散布図 2 は V' を変えても W' の値はあまり変化がありませんので r は 0 に近いといえます。
- 散布図 3 は V'' が 1 より大きくなると W'' が小さい側にきますので r は負の値といえます。
- これらより、正しいといえる組合せは $r_1 = 0.98, r_2 = -0.76, r_3 = 0.10$ となります。

第3問

- (1) 8桁の整数は2のカードを配置する位置(8桁のうち2桁)と5のカードを配置する位置(残り6桁のうち2桁)を考えることで

$${}_8C_2 \cdot {}_6C_2 = \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 420 \text{ 個であるとおわかります。}$$

また(*)をみたす整数は1でないカード4枚で作られる5箇所のうち異なる4箇所に1のカードを割り当てる場合の数を考えることで、

$${}_4C_2 \cdot {}_5C_4 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 30 \text{ 個であるとおわかります。}$$

- (2) 8枚のカードからでたらめに3枚を取り出す場合、カードをすべて区別することでその場合は ${}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56$ 通りとおわかります。

事象 A_0 が発生する場合は5でないカード6枚から3枚を取り出した場合ですから ${}_6C_3 = 20$ 通り、 A_1 が発生する場合は5のカード2枚から1枚と5でないカード6枚から2枚取り出した場合ですから ${}_6C_2 \cdot {}_2C_1 = 15 \cdot 2 = 30$ 通り、 A_2 が発生する場合は5のカード2枚すべてと5でないカード6枚から1枚取り出した場合ですから ${}_6C_1 = 6$ 通りです。

したがって $P(A_0) = \frac{20}{56} = \frac{5}{14}$, $P(A_1) = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$, $P(A_2) = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$ となります。

試行 T_2 で5のカードを取り出す場合、事象 $A_1 \cap B$ はすなわち袋に5のカードが2枚入ってさらにそこから5を取り出す、という場合ですからその確率は

$$P(A_1 \cap B) = P(A_1) \cdot \frac{1}{{}_3C_1} = \frac{15}{28} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{28} \text{ となります。}$$

事象 $A_2 \cap B$ も同様に計算することで $P(A_2 \cap B) = P(A_2) \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{28} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{14}$ となります。

したがって5のカードを取り出す場合はこれらに限られ、また互いに排反であることからその確率は $\frac{5}{28} + \frac{1}{14} = \frac{1}{4}$ となります。

これより、試行 T_2 で5のカードを取り出した場合にまだ5のカードが入っている確率は

$$\frac{P(A_2 \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{14} \cdot \frac{4}{1} = \frac{2}{7} \text{ となります。}$$

第4問

[1]

不定方程式を解くには、互除法を利用して等式を変形します。

$$23x - 31y = 2 \Leftrightarrow 23(x - y) - 8y = 2 \Leftrightarrow 7(x - y) - 8\{y - 2(x - y)\} = 2$$

$$\Leftrightarrow 7(x - y) - 8(3y - 2x) = 2 \Leftrightarrow 7\{x - y - (3y - 2x)\} - (3y - 2x) = 2$$

$$\Leftrightarrow 7(3x - 4y) + (2x - 3y) = 2$$

したがって $3x - 4y = 0, 2x - 3y = 2$ となるように x, y を定めると

$x = -8, y = -6$ が得られます。したがって一般解は整数 k を用いて $x =$

$$31k - 8, y = 23k - 6 \text{ と表せます。}$$

これらのうち x, y が自然数で x が最小になるのは $k = 1$ の場合ですなわち

$$x = 23, y = 17 \text{ となります。}$$

そこで $n = 31 \times 17$ のとき上の不定方程式を利用しますと $23 \cdot 23 - 31 \cdot 17 = 2$

ですからすなわち

$$n = 23 \cdot 23 - 2 \text{ となり } n \equiv -2 \pmod{23} \text{ がわかります。}$$

したがって $n^3 \equiv -8 \equiv 15 \pmod{23}$ ですので n^3 を 23 で割った余りは 15 となります。

[2]

(1) $0.\dot{5} = \frac{a}{9}$ としますと $10 \cdot \frac{a}{9} = 5.\dot{5}$ ですので

$$10 \cdot \frac{a}{9} - \frac{a}{9} = 5 \text{ より } a = 5 \text{ すなわち } \underline{\frac{5}{9}} = \dot{5} \text{ がわかります。}$$

$$\text{また、} \frac{5}{9} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} \text{ ですので 3 進法で表すと } \underline{0.12_{(3)}} \text{ となります。}$$

(2) $x = 0.\dot{1}\dot{0}_{(2)}$ であるとき、 $4x = 2^2x$ ですから桁が前に 2 桁ずれて

$$4x = \underline{10.\dot{1}\dot{0}_{(2)}} \text{ となります。}$$

$$10_{(2)} = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = \underline{2_{(10)}} \text{ ですので } 4x - x = 2 \text{ がわかります。}$$

$$\text{したがって } 3x = 2 \text{ より } x = \underline{\frac{2}{3}} \text{ がわかります。}$$

(3) 3 進法で小数第 3 位までで終わる有理数は整数 b を用いて $\frac{b}{3^3}$ と表せま
す。

$$\text{そこで } x = \frac{b}{3^3} = \frac{b}{27} \text{ としますと } x^2 = \frac{b^2}{729} \text{ となります。}$$

$$\text{これより } x^2 < \frac{1}{7} \text{ のとき } b^2 < \frac{729}{7} < 104 \text{ がわかります。}$$

$$b \text{ は整数ですので考えられる最大値は } 10 = 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 \text{ です。}$$

$$\text{したがって最大の } x \text{ は 3 進法で } \underline{0.101_{(3)}} \text{ と表せます。}$$

第5問

[1]

方べきの定理を用いることで $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ がわかります。

$CD = y$ とすると $x \cdot \sqrt{10} = (y+1) \cdot 1$ となりますので

$CD = \sqrt{10}x - 1$ がわかります。

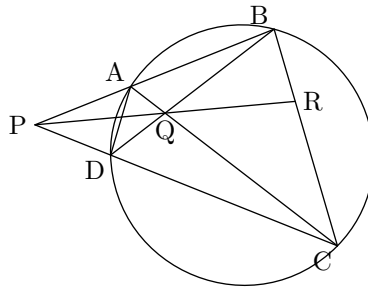
また、三角形 PBC にチェバの定理 $\frac{AB}{PA} \cdot \frac{RC}{BR} \cdot \frac{DP}{CD} = 1$ を適用することで

$\frac{\sqrt{10}-x}{x} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}x-1} = 1$ がわかります。

分母をはらって整理することで $\sqrt{10}x^2 + x - 2\sqrt{10} = 0$ となりますので

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8 \cdot 10}}{2\sqrt{10}} = \frac{-1 \pm 9}{2\sqrt{10}}$ となります。

$x > 0$ に注意すると $x = \frac{8}{2\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$ がわかります。



[2]

立方体は $v = 8, e = 12, f = 6$ ですから $v - e + f = 8 - 12 + 6 = \underline{2}$ となります。

$v : e = 2 : 5, f = 38$ のときオイラーの多面体定理を用いることで $v - e = -36$ でありまた $\frac{v}{2} = \frac{e}{5}$ ですのでこれらにより $v = 24, e = 60$ がわかります。

この立体が正三角形と正方形の面だけで構成されているとき、どの辺にも2個の面が接することから辺の数に着目することで $3x + 4y = 2e = \underline{120}$ がわかります。

これと $x + y = 38$ を合わせることで $x = 32, y = 6$ となり、また頂点の数から $vl = 3x + 4y$ ですので $l = \frac{120}{24} = \underline{5}$ がわかります。

所感

第 1 問

[1]

有理数と平方根を用いた数の性質に関する問題です。

(2) の変形は慣れないと難しいですが、式の結果を 1 変数にしてこの解答のように平方根がある部分とない部分に分離する方法は押さえておきたいです。

[2]

条件に関する問題です。

ちょっと込み入っていますがそれぞれの条件を x 単体に関する不等式に直して数直線を持ち出すなりすれば (2) まではいけると思います。

(3) も絶対値の大小で表現できることがわかれば余裕をもって完答できるでしょう。

[3]

少し手の込んだ二次関数の問題です。

最大値での条件判断で大変そうなものが出ますが $f(x)$ の最大値が 1 であることから頂点を含むことは容易にわかると思います。最小値も場合分けがいらなくなるように設定してありますので面倒な計算は省けます。ただし、 $f(a^2 - 3) = f(a)$ の場合も可能である、ということに注意しましょう。(センターは穴埋めなのでここでは関係ないが)

第 2 問

[1]

三角形と外接円を用いた問題です。本試験でもそうでしたがこちらでも数学 I の問題と異なる図形を出題しています。

(1)(2) とともに計算量は少ないので短い時間で済ませたいところです。

[2]

統計を用いた問題です。問題数は少ないですが計算や検証が多いため時間配分が重要になります。

(1) はまじめに計算するしかなさそうです。直感では正答を選べそうにありません。

- (2) は選択肢が多いですが定義に従って検証していきましょう。
- (3) は少々長くなりますが式にあてはめて求めるのが確実そうです。直感でやると相関係数を1倍と選んでしまう可能性があります。
- (4) は正の相関と負の相関、相関の強さをみて選びましょう。

第3問

カードを用いた順列組合せと確率の問題です。

- (1) に出てくる条件をみたく順列はほぼすべての教科書に載っているはずですので押さえておきましょう。
- (2) では条件付き確率を計算しますが問題文に沿って計算を進めれば迷うことはないでしょう。

第4問

整数の性質を利用した小問です。

[1]

前半は不定方程式を解くだけですが、後半は $31y$ の単項式に変形することを考えましょう。

[2]

N進法の小数を利用した問題です。

- (1) は循環小数からの変換をすることになります。
- (2) は10進法でない循環小数の変換をしています。問題文を読めば解き進められるでしょう。
- (3) は「3進法で小数第3位までで終わる有理数」をどうやって扱うかが求められる応用問題です。

第5問

空間図形に関する問題です。

[1]

円と三角形における定番の定理を利用することになります。
2次方程式を解くこととなりますので解の範囲に気を付けましょう。

[2]

オイラーの多面体定理に言及した空間図形の問題です。

ここでは図形を思い浮かべなくても計算式を解き進めるだけですので見た目よりは難しくないはずです。

ただ、最終的に考えた立体はねじれた形状になっていて想像しにくいものとなります。